

Министерство образования Российской Федерации
Дальневосточный государственный технический университет
им. В.В. Куйбышева

Лоцманенко В.В, Кочегаров Б.Е.

Проектирование механизмов и машин

Учебное пособие

*Рекомендовано Дальневосточным региональным
учебно-методическим центром в качестве учебного
пособия для студентов специальностей:*
210200 «Автоматизация технологических процессов»
240100 «Организация перевозок на автотранспорте»;
150200 «Автомобили и автомобильное хозяйство»;
230300 «Бытовые машины и приборы»;
120100 «Технология машиностроения» вузов региона

Владивосток
2002

УДК 621.01

Лоцманенко В.В., Кочегаров Б.Е. Проектирование механизмов и машин: Учеб. пособие. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2002. - 188 с.

ISBN 5-06-003119-5

Учебное пособие составлено в соответствии с программой курса "Теория механизмов и машин" для студентов механических специальностей. Оно может быть полезно для инженерно-технических работников.

В содержание учебного пособия включены разделы по структуре, кинематике и динамике механизмов и машин.

Рецензенты:

Поспелов Ю.В., д-р. техн. наук, профессор кафедры "Процессы и аппараты пищевых производств" ДВГРУ;

Ковалевский А.Ф., канд. техн. наук., доцент кафедры "Сервис и техническая эксплуатация автомобилей ВГУЭС.

Учебное пособие печатается с оригинал-макета, подготовленного авторами.

ISBN 5-06-003119-5

© Изд-во ДВГТУ, 2002
© Лоцманенко В.В., Кочегаров Б.Е.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	5
Раздел 1.МЕХАНИЗМЫ С НИЗШИМИ ПАРАМИ.....	6
Глава 1. Структура механизмов.....	6
1.1. Звенья механизма. Их обозначение и классификация.....	6
1.2. Кинематическая пара. Классификация пар.....	7
1.3. Кинематическая цепь. Механизм.....	8
1.4. Классификация механизма по Ассуру.....	9
1.5. Пассивные связи в кинематической схеме механизма.....	12
1.6. Функция положения и передаточные функции механизма....	16
1.7. Передаточные функции механизма.....	18
1.8. Передаточные отношения механизма.....	19
1.9. Синтез механизмов.....	21
Глава 2. Кинематика механизмов.....	27
2.1. Задачи и способы исследования кинематики механизмов.....	27
2.2. Аналитическое исследование кинематики механизмов.....	28
2.3. Исследование кинематики механизмов графическим спосо- бом.....	32
2.4. Исследование кинематики механизмов методом графиков....	51
Глава 3. Динамика механизмов.....	57
3.1. Силы в машине и механизме.....	58
3.2. Режимы движения механизма.....	61
3.3. Замена заданного механизма приведенным.....	63
3.4. Способ приведения сил (Н. Е. Жуковского).....	67
3.5. Дифференциальное уравнение движения приведенного ме- ханизма.....	73
3.6. Неравномерность движения приведенного механизма.....	75
3.7. Определение избыточной работы.....	80
3.8. Силовой анализ механизма.....	94
3.9. Коэффициент полезного действия.....	103
Раздел 2. МЕХАНИЗМЫ С ВЫСШИМИ ПАРАМИ.....	108
Глава 4. Фрикционные передачи.....	108
4.1. Классификация фрикционных передач.....	109
4.2. Цилиндрическая фрикционная передача с параллельными осями катков.....	111
4.3. Фрикционные вариаторы.....	114

Глава 5. Зубчатые механизмы.....	116
5.1. Зуб колеса и его элементы.....	116
5.2. Классификация зубчатых передач.....	116
5.3. Классификация и кинематика зубчатых механизмов.....	118
5.4. Эвольвентная зубчатая передача.....	128
5.5. Геометрия эвольвентного зацепления и расчет размеров.....	139
5.6. Расчет размеров зубчатой передачи.....	144
Глава 6. Кулачковые механизмы.....	154
6.1. Основные положения и определения.....	154
6.2. Геометрические, кинематические и динамические характеристики кулачкового механизма.....	159
6.3. Синтез схемы кулачкового механизма графическим методом.....	172
6.4. Силовой анализ кулачкового механизма.....	183
Библиографический список.....	187

ПРЕДИСЛОВИЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) - первая техническая дисциплина теоретического и прикладного характера, изучаемая студентами технических вузов. Ее положения непосредственно используются при создании, модернизации и ремонте механических систем.

Первым курсовым проектом, согласно учебному плану, является проект по теории механизмов и машин. Вполне естественно, что студенты, работая над проектом, не имеют практических навыков, и следуют только методическим указаниям.

Цель данного учебного пособия - способствовать осмысленному подходу студентов к решению задач синтеза и анализа кинематических схем механизмов и машин. В пособии приведен необходимый минимум сведений по решению таких задач. Рассмотрение отдельных вопросов сопровождается примерами их решения. Математические зависимости приводятся в основном без выводов, поэтому пособие не может служить учебником.

Основное внимание в пособии уделено теории механизмов.

Разделы учебного пособия многократно апробированы в учебном процессе кафедрой основ конструирования Дальневосточного государственного технического университета им. В.В. Куйбышева.

Авторы надеются, что данное пособие будет полезно и инженерно-техническим работникам предприятий по созданию и ремонту технических средств.

Раздел 1

МЕХАНИЗМЫ С НИЗШИМИ ПАРАМИ

Глава 1. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ

Механизмом называется совокупность подвижно соединенных звеньев, совершающих под действием приложенных сил определенные целесообразные движения.

Структурные составляющие механизма - это звенья и образуемые ими кинематические пары.

1.1. Звенья механизма. Их обозначение и классификация

Рассмотрим механизмы без гибких связей.

Звеньями называются твердые тела, подвижная совокупность которых образует механизм. Звеном может быть как одно твердое тело, так и несколько твердых тел при условии их жесткого соединения друг с другом, т.е. **звено** - это то, что движется в механизме как одно целое. Звенья механизма имеют название и условное изображение на схемах. Основные из них: *стойка, ползун, кривошип, коромысло, шатун, кулиса, камень*.

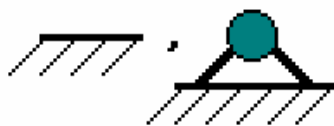


Рис.1.1. Стойка

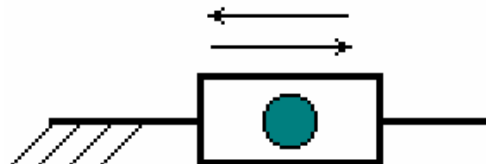


Рис. 1.2. Ползун

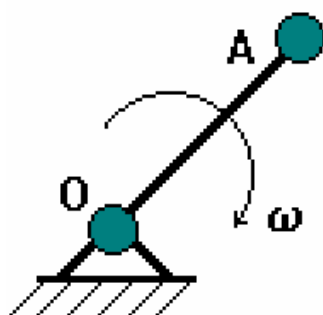


Рис. 1.3. Кривошип

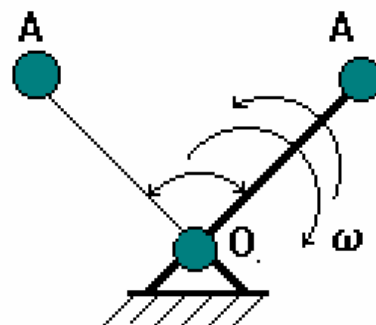


Рис. 1.4. Коромысло

Стойкой (рис. 1.1) называется неподвижное звено механизма (у транспортной машины – корпус). Относительно стойки рассматривается абсолютное движение остальных звеньев механизма.

Ползуном (рис. 1.2) называется звено механизма, совершающее возвратно-поступательное движение в направляющих стойки.

Кривошипом (рис. 1.3) называется звено механизма, совершающее полное вращение с неизменной осью на стойке.

Коромыслом (рис. 1.4) называется звено механизма, совершающее неполное вращение (колебание) с неизменной осью на стойке.

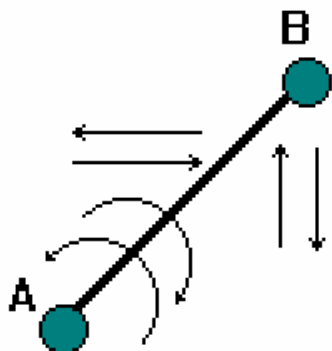


Рис. 1.5. Шатун

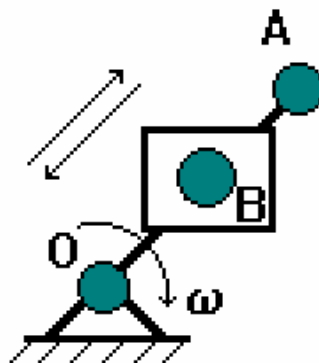


Рис. 1.6. Кулиса (OA) и камень (B)

Шатуном (рис. 1.5) называется звено механизма, совершающее сложноплоское движение относительно стойки (образует кинематические пары только с подвижными звеньями).

Кулисой (рис. 1.6) называется подвижное звено механизма, имеющее направляющие.

Каменем (рис. 1.6) называется звено механизма, совершающее сложноплоское движение в направляющих кулисы.

1.2. Кинематическая пара. Классификация пар

Кинематическая пара - это подвижное соединение двух звеньев. Поверхности, линии и точки, по которым соприкасаются звенья пары, называются элементами кинематической пары.

Кинематические пары могут быть плоскими и пространственными, поступательными и вращательными, одно-, двух-, трех-, четырех- и пяти-подвижными, низшими и высшими, обратимыми и необратимыми.

Чтобы звенья, образующие пару, имели заданное относительное движение, кинематические пары должны быть замкнуты: силовым, геометрическим или конструктивным способом.

1.3. Кинематическая цепь. Механизм

Система звеньев, связанных между собой кинематическими парами, образует кинематическую цепь.

Если одно из звеньев кинематической цепи (пространственной или плоской) обратить в стойку (сделать неподвижным), то данная кинематическая цепь приобретает свойства механизма.

Шестизвенный механизм (рис. 1.7) получен из плоской шестизвенной замкнутой кинематической цепи путем обращения в стойку звена ОС. Звено 1 (кривошип) называется **входным**, если ему сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев. Звено 5 (ползун) называется **выходным**, если оно совершает движение, для выполнения которого предназначен механизм. Остальные звенья механизма принято именовать промежуточными.

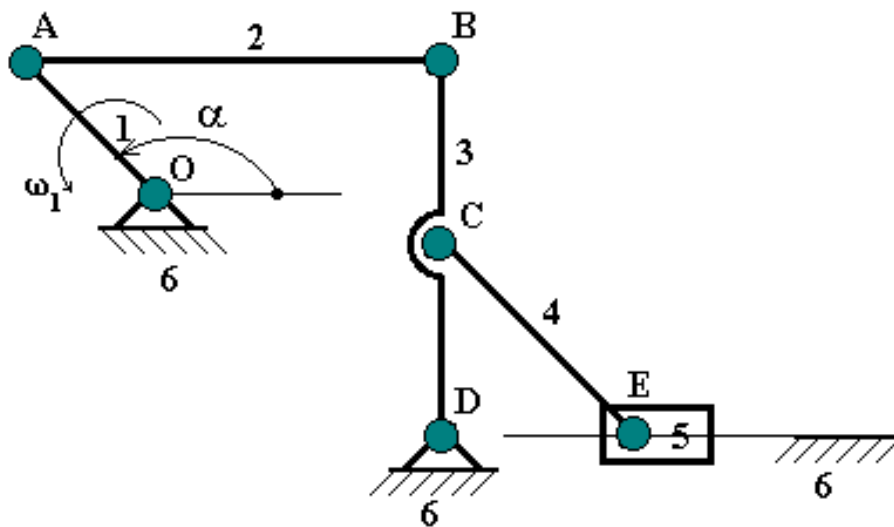


Рис. 1.7. Схема шестизвенного механизма

Угол α — обобщенная координата механизма. Она определяет положение входного звена и механизма в целом относительно стойки. Для механизма, в котором все связи голономные, число обобщенных координат равно подвижности механизма.

Примечание. Голономные связи — это связи, накладываемые кинематическими парами, которые ограничивают только относительное перемещение звеньев.

Число степеней свободы механизма — это число его независимых движений относительно стойки. Для краткости число степеней свободы будем называть подвижностью механизма при голономных связях.

Подвижность пространственного механизма определяется по структурной формуле Сомова-Малышева:

$$W = 6(n-1) - (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + 1p_5). \quad (1.1)$$

Подвижность плоского механизма определяется по структурной формуле Чебышева:

$$W_3 = 3(n-1) - (2p_1 + 1p_2). \quad (1.2)$$

В соотношениях (1.1) и (1.2): n — количество всех звеньев механизма; p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 — число одно, двух трех, четырех- и пяти-подвижных кинематических пар в механизме.

Подвижность плоского механизма, изображенного на рисунке 1.7, при значениях параметров схемы $n=6, p_1=7, p_2=0$ по формуле (1.2) будет равна

$$W_3 = 3(6-1) - (2 \cdot 7 + 1 \cdot 0) = 1.$$

В технике находят применение механизмы без вращательных кинематических пар. Чаще всего - это механические приспособления, такие, например, как механизм клинового пресса (рис. 1.8).

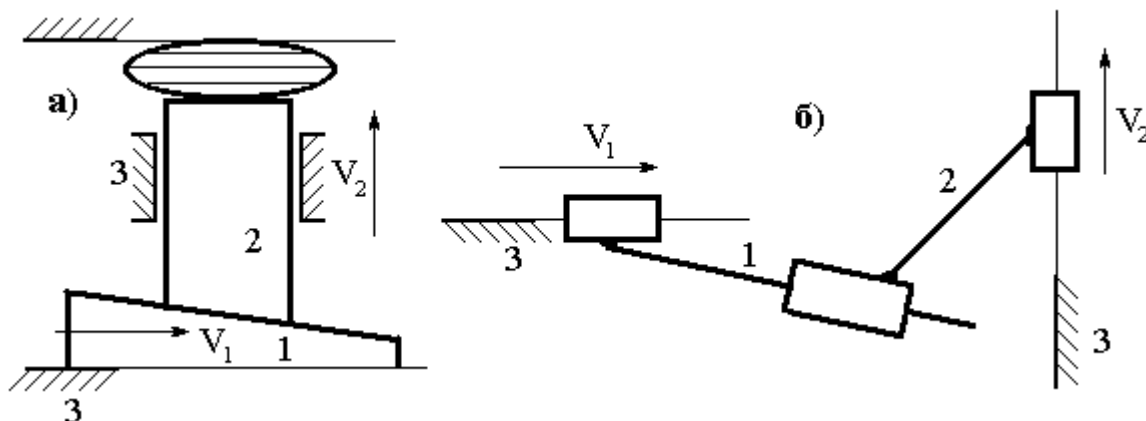


Рис. 1.8. Механизм клинового пресса: а) схема механизма; б) кинематическая схема механизма

Подвижность плоского механизма по рис.1.8 определяется по структурной формуле:

$$W_3 = 2(n-1) - 1p_1 = 2(3-1) - 1 \cdot 3 = 1. \quad (1.3)$$

Формулы Сомова-Малышева и Чебышева выражают связь между подвижностью механизма и его структурой.

1.4. Классификация механизма по Ассур

Как уже отмечалось, механизм есть совокупность звеньев и кинематических пар. При этом в зависимости от назначения имеет место тот или иной

закон образования механизма. В зависимости же от закона образования или, говоря иначе, структуры механизма зависят и способы его кинематического и силового анализа.

Русский ученый Л. В. Ассур в своей работе "Исследование плоских стержневых механизмов с точки зрения их структуры и классификации" впервые увязал структуру механизмов со способами их исследования.

Исходя из структуры механизмов, Ассуром предложено три способа исследования плоских механизмов: для механизмов 1 класса ($M1K$), для механизмов 1 класса 2 порядка ($M1k2п$), для механизмов 2 класса 3 порядка ($M2k3п$) и более сложных.

Отсюда следует, что для выявления способа исследования (кинематического, силового) механизма, необходимо прежде всего установить, к механизмам какого класса и порядка данный механизм относится, т.е. классифицировать данный механизм по Ассуру.

Подвижное соединение двух звеньев, одним из которых является стойка, именуется по Ассуру механизмом 1 класса ($M1k$). Схемы механизмов 1 класса: рис.1.2, рис.1.3. Подвижность $M1k$ равна единице. В механизмах 1 класса нет ведомых звеньев, поэтому в них нет ни передачи, ни преобразования движения. Чаще встречаются $M1k$ с вращательной кинематической парой. Механизм 1 класса - это ведущая часть схемы рассматриваемого механизма.

К механизмам 1 класса можно также отнести механизмы электродвигателей и генераторов, турбин, центробежных насосов, вентиляторов и некоторые другие.

Сложные механизмы образуются присоединением к механизму 1 класса статически определимых при плоском нагружении структурных групп - групп Ассура. Группы Ассура составляют ведомую часть схемы механизма. Отличительный признак группы Ассура - образование в соединении со стойкой жесткой (с нулевой подвижностью) системы.

Простейшая группа Ассура (диада) образуется двумя звеньями, соединенными кинематической парой (вращательной или поступательной). Стойка в группу Ассура не входит. Простейшая группа Ассура с вращательной кинематической парой приведена на рисунке 1.9. Группе Ассура присваивается класс и порядок.

Порядок группы Ассура определяется количеством элементов внешних кинематических пар, которыми группа Ассура присоединяется к схеме механизма.

Класс группы Ассура определяется (по Г.Г. Баранову) числом K , которое должно удовлетворять соотношению:

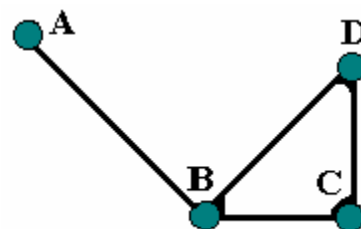


Рис. 1.9. Простейшая группа Ассура

$$P = 3K; n' = 2K, \quad (1.4)$$

где $K=1,2,3,\dots$ — целое положительное число;

n' — количество звеньев в группе Ассура;

P — количество кинематических пар, включая и элементы пар, в группе Ассура (учитываются элементы только тех пар, которые определяют порядок группы Ассура).

Простейшая группа Ассура (рис. 1.9) является группой Ассура 1 класса 2 порядка ($\Gamma 1\kappa 2\text{п}$). Для нее $K=1$, а порядок определяется элементами пар А и С или А и D.

Примеры групп Ассура 1 класса 2 порядка с элементами поступательных кинематических пар приведены на рисунке 1.10:

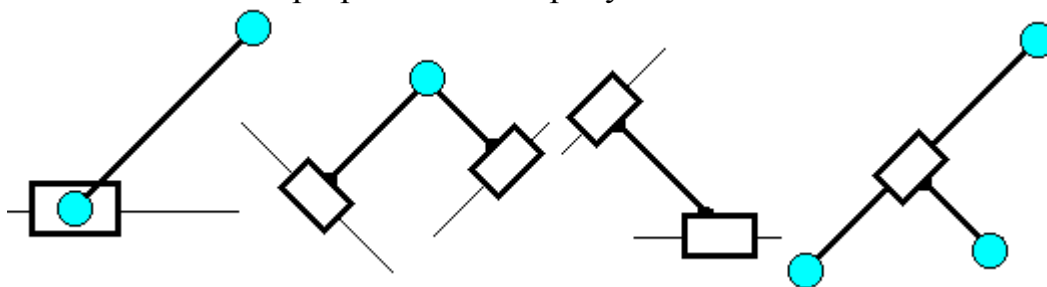


Рис. 1.10. Группы Ассура 1 класса 2 порядка с элементами поступательных кинематических пар

Заданному механизму присваивается класс и порядок. Пример классификации шестизвенного механизма по Ассуру приведен на рисунке 1.11.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ КЛАССИФИКАЦИИ МЕХАНИЗМА ПО АССУРУ:

1. Выявить и мысленно отбросить пассивные связи.
2. По структурной формуле Чебышева определить подвижность механизма.
3. Наметить и мысленно выделить из схемы механизма ее ведущую часть - механизм 1 класса. Их количество равно подвижности механизма.
4. Оставшуюся (ведомую) часть схемы механизма разложить на группы Ассура. Попытки разложения начинать с выделения групп Ассура $1\kappa 2\text{п}$. Первой выделяется группа Ассура, наиболее удаленная от намеченных механизмов 1 класса (при синтезе схемы механизма эта группа присоединялась последней). При выделении каждой группы Ассура подвижность оставшейся части схемы механизма (определена в пункте 2) не должна изменяться.

Класс и порядок данного механизма соответствует классу и порядку старшей группы Ассура в этом механизме.

Таким образом, итог классификации механизма по Ассуру - определение его класса и порядка. Цель классификации - выбор способа кинематического и силового исследования механизма. Чем ниже класс и порядок механизма, тем проще его исследование.

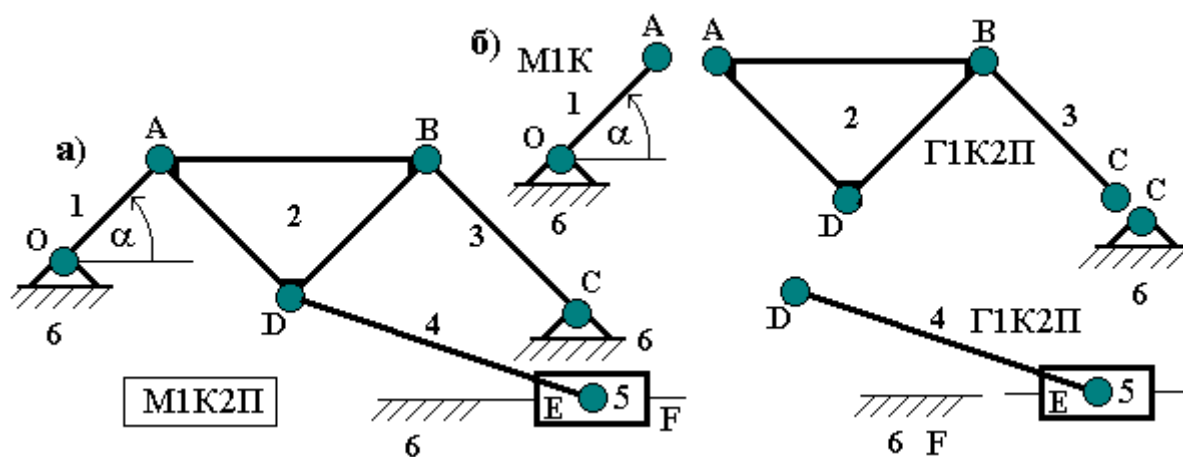


Рис. 1.11. Пример классификации механизма по Ассур

По итогам классификации механизма по Ассур записывается его структурная формула строения:

$$\frac{1,6}{M1K} \rightarrow \frac{2,3}{Г1K2П} \rightarrow \frac{4,5}{Г1K2П}.$$

Классификация по Ассур предшествует исследованию механизма графическими методами.

1.5. Пассивные связи в кинематической схеме механизма

Под *пассивными* понимаются связи, накладываемые звеньями и кинематическими парами, удаление которых не изменяет характера движения в целом. Пассивные связи могут быть полезными и вредными.

Полезные пассивные связи вводятся в схему механизма искусственно для улучшения конструкции механизма.

На рис. 1.12 изображена схема механизма параллельных кривошипов. Недостаток схемы: в крайнем положении механизма, когда кривошипы ОА, ВС и шатун АВ располагаются на одной прямой (совпадает с ОС), кривошип ВС может изменить направление вращения на обратное при неизменном направлении вращения кривошипа ОА. Чтобы исключить такую возможность, в схему механизма вводят дополнительное звено DE (рис. 1.13). Звено DE - "лишнее", связи накладываемые кинематическими парами D и E, - пассивные.

Подвижность механизма с пассивными связями:

$$W_3 = 3(n-1) - (2p_1 + 1p_2) = 3(5-1) - (2 \cdot 6 + 1 \cdot 0) = 0.$$

Если судить по результатам расчета, то введение в схему механизма дополнительного звена DE лишило механизм подвижности, обратив его в ферму.

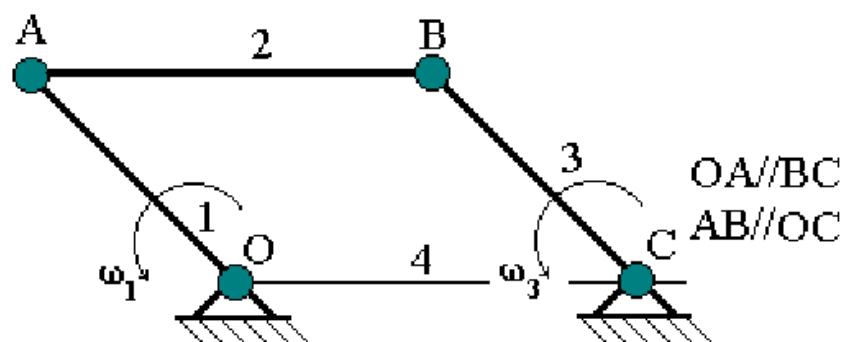


Рис. 1.12. Схема механизма параллельных кривошипов

В действительности же введение в схему механизма звена $DE // AB$ не изменяет подвижности механизма ($W_3 = 1$). Отсюда, однако, следует вывод: *при определении подвижности механизма по структурной формуле пассивные связи не должны учитываться - они должны быть выявлены и мысленно отброшены.*

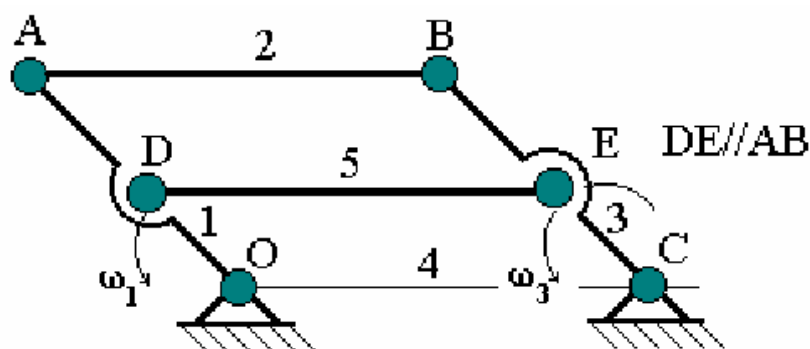


Рис. 1.13. Схема механизма параллельных кривошипов с полезными пассивными связями

Вредные пассивные связи (их коротко называют **избыточными**) возникают в механизме главным образом из-за погрешностей его изготовления.

Избыточные связи в реальных механизмах приводят к дополнительным деформациям звеньев и потерям энергии на эти деформации. Избыточные связи особенно неблагоприятно сказываются на работе плоского механизма. При синтезе схемы и конструировании механизма избыточные связи должны быть выявлены и устранены.

Обозначаются избыточные связи через q . Присутствие и количество их в схеме механизма выявляется с помощью структурной формулы Сомова-Малышева:

$$q = W - [6(n-1) - (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + 1p_5)]. \quad (1.5)$$

Для плоского механизма $W = W_3$. В механизме без избыточных связей $q \leq 0$. Механизм без избыточных связей называется рациональным или самоустанавливающимся.

Устранение избыточных связей проще всего производится заменой кинематических пар. При этом отметим, что кинематические пары на стойке механизма замене не подлежат.

ПРИМЕР ВЫЯВЛЕНИЯ И УСТРАНЕНИЯ ИЗБЫТОЧНЫХ СВЯЗЕЙ

В схеме механизма четырехзвенника (рис. 1.14) необходимо устранить избыточные связи.

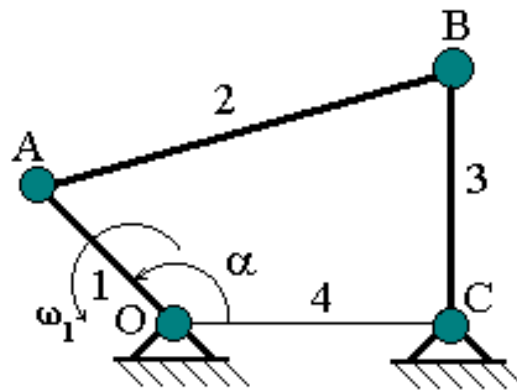


Рис. 1.14. Схема механизма с избыточными связями

Находим подвижность механизма по формуле

$$W_3 = 3(n-1) - (2p_1 + 1p_2) = 3(4-1) - (2 \cdot 4 - 1 \cdot 0) = 1.$$

Количество избыточных связей в механизме

$$q = W_3 - [6(n-1) - (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + 1p_5)] = 1 - [6(4-1) - (5 \cdot 4)] = 1 - (18 - 20) = 3.$$

Устраняем избыточные связи заменой кинематических пар A и B (пары O и C на стойке заменять нельзя).

А. Заменяем одноподвижную вращательную кинематическую пару «А» вращательной двухподвижной парой с боковыми зазорами Δ (рис. 1.15).

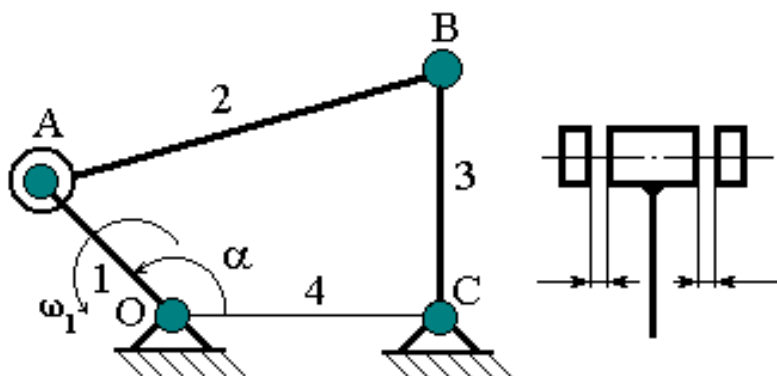


Рис. 1.15. Схема механизма с вращательной двухподвижной парой

Подвижность механизма с замененной вращательной парой «А» остается прежней, т.е. $W_3 = 1$. Число кинематических пар: $p_1 = 3, p_2 = 1$. По формуле (1.5) находим число избыточных связей

$$q = 1 - [6(4 - 1) - (5 \cdot 3 + 4 \cdot 1)] = 1 - (18 - 19) = 2.$$

Заменой в шарнире «А» одноподвижной вращательной кинематической пары двухподвижной вращательной парой устранена одна избыточная связь.

Б. Для устранения двух оставшихся избыточных связей заменяем неподвижную вращательную пару «В» трехподвижной (сферической) парой (рис. 1.16).

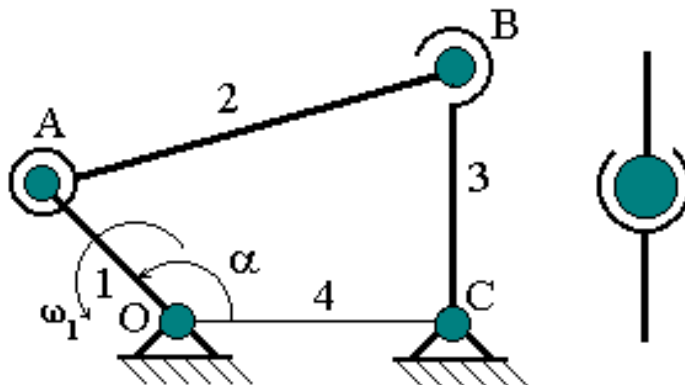


Рис. 1.16. Схема механизма со сферической трехподвижной парой

Подвижность механизма $W_3 = 1$. Число кинематических пар:

$$p_1 = 2, p_2 = 1, p_3 = 1.$$

По формуле (1.5) находим число избыточных связей

$$q = 1 - [6(4 - 1) - (5 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1)] = 1 - (18 - 17) = 0.$$

Следовательно, избыточные связи в данном механизме устранены.

1.6. Функция положения и передаточные функции механизма

Функцией положения механизма называется зависимость координаты выходного звена от обобщенных координат механизма.

Закон движения выходного звена механизма с одной обобщенной координатой можно задать в виде зависимости

$$\Pi = \Pi(a), \quad (1.6)$$

где a — обобщенная координата (постоянные параметры схемы механизма опущены).

Зависимость (1.6) называется **функцией положения механизма**.

Функция положения кривошипно-коромыслового механизма (рис. 1.17) записывается в виде

$$\Pi(a) = j = j(a), \quad (1.7)$$

где j — угол поворота (координата) выходного звена.

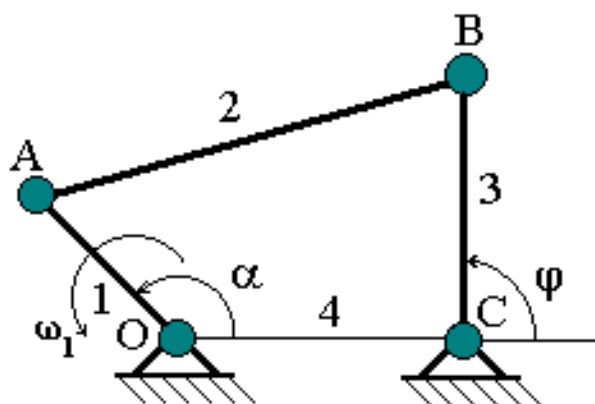


Рис. 1.17. Схема кривошипно-коромыслового механизма

Функция положения плоского кулачкового механизма ползунной схемы (рис. 1.18) имеет вид:

$$\Pi(a) = S = S(a), \quad (1.8)$$

где S — перемещение (координата) выходного звена (толкателя).

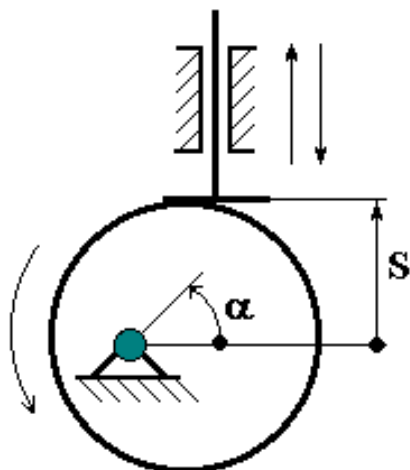


Рис. 1.18. Схема плоского кулачкового механизма

Таким образом, если за независимую переменную принять параметр, определяющий положение входного звена, то положение другого звена (или точки звена) механизма можно задать как функцию этого параметра.

Функция положения (1.6) переходит непосредственно в уравнение движения выходного звена, если известен закон движения входного звена.

В качестве примера установим функции положения плоского механизма двойного ползуна (рис. 1.19).

Координатой положения ползуна является расстояние S . Тогда функция положения ползуна 3 будет равна

$$\Pi(a) = S = r \cdot \cos(a), \quad (1.9)$$

где r — длина кривошипа ОА.

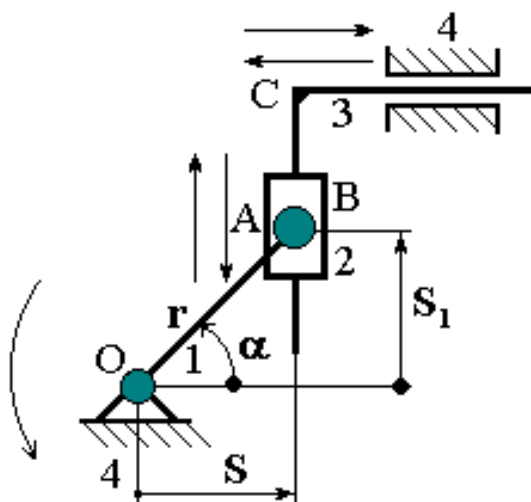


Рис. 1.19. Схема механизма двойного ползуна

При $90^\circ < a < 270^\circ$ функция положения (1.9) имеет знак (-).

Функция положения ползуна 2:

$$\Pi(a) = S_1 = r \cdot \sin a. \quad (1.10)$$

При $180^\circ < a < 360^\circ$ функция положения (1.10) имеет знак (+).

Функции положения являются геометрическими характеристиками механизма. Они устанавливают соотношения между его геометрическими параметрами. Характерным для этих соотношений является то, что они не зависят от темпа движения механизма, а всецело определяются только строением механизма.

Если звено механизма вращается, то его функция положения записывается в виде (1.7), если движение поступательно - в виде (1.8).

1.7. Передаточные функции механизма

Продифференцируем один и два раза функцию положения (1.6) механизма по обобщенной координате a . Тогда первая и вторая производные будут соответственно *первой и второй передаточными функциями механизма*.

Для механизма двойного ползуна (рис.1.19) производные уравнения (1.9) будут равны:

первая производная (первая передаточная функция) -

$$\Pi'(a) = \frac{dS}{da} = -r \sin a, \quad (1.11)$$

вторая производная (вторая передаточная функция) -

$$\Pi''(a) = \frac{d^2 S}{da^2} = -r \cos a. \quad (1.12)$$

Производные уравнения (1.10):

первая передаточная функция -

$$\Pi'(a) = \frac{dS_1}{da} = r \cos a, \quad (1.13)$$

вторая передаточная функция -

$$\Pi''(a) = \frac{d^2 S}{da^2} = -r \sin a. \quad (1.14)$$

Первая и вторая передаточные функции имеют кинематический смысл: они являются соответственно аналогами скорости и ускорения выходного звена механизма.

1.8. Передаточные отношения механизма

Одной из характеристик механизма является осуществляемое им передаточное отношение (i). **Передаточное отношение** - величина безразмерная, может быть постоянной и переменной. Во втором случае передаточное отношение характеризует механизм только в рассматриваемом положении.

Если a — обобщенная координата, то зависимость $i = i(a)$ является передаточной характеристикой механизма. Она характеризует взаимосвязанные движения его входного и выходного звеньев.

При проектировании механизма обычно известны параметры движения выходного звена. Если при этом известна передаточная характеристика механизма, то по ней и параметрам движения выходного звена определяются параметры движения входного звена.

По известным параметрам движения выходного и входного звеньев механизма определяется его передаточная характеристика.

Практически именно передаточная характеристика определяет вид схемы синтезируемого механизма. Например, если $i(a) = const$, то в качестве основы схемы можно использовать зубчатую, винтовую передачу.

Если $i(a) \neq const$, то основой схемы механизма могут служить механизмы кулачковые, рычажные и некоторые другие.

Передача движения в механизмах происходит как между двумя валами (вращающиеся звенья), так и между двумя точками отдельных звеньев. Передача между двумя валами характеризуется угловым передаточным отношением, а между двумя точками - **линейным передаточным отношением**.

Пусть задана система звеньев (рис. 1.20) и пусть движение при помощи механической связи передается от звена 1 к звену n .

Угловым передаточным отношением называется в общем случае отношение мгновенных угловых перемещений или угловых скоростей тех двух звеньев, движение которых рассматривается.

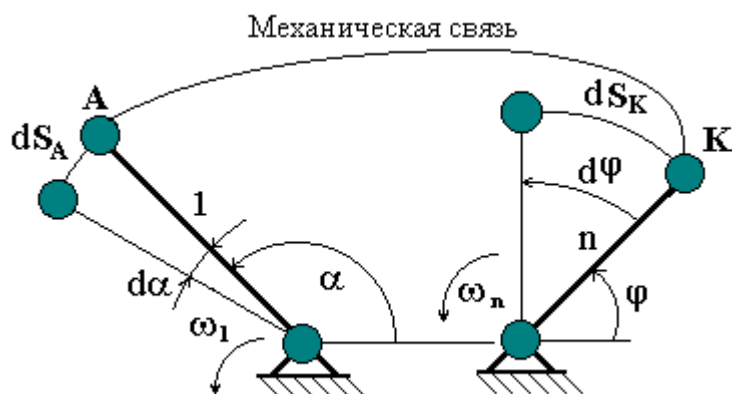


Рис. 1.20. Система звеньев

По определению, передаточное отношение от звена n к звену 1:

$$i_{n1} = \frac{dj}{da}.$$

Но $\frac{dj}{da} = \Pi'(a)$ — первая передаточная функция рассматриваемой схемы, следовательно

$$i_{n1} = \Pi'(a) = \frac{1}{i_{1n}}. \quad (1.15)$$

Таким образом, угловое передаточное отношение (между валами) равно первой передаточной функции данной схемы. Этой схемой может быть как весь механизм, так и его часть.

Линейным передаточным отношением называется отношение мгновенных линейных перемещений (dS_i) или мгновенных скоростей (V_i) тех двух точек механизма, между которыми происходит передача движения.

Обратимся вновь к схеме на рис. 1.20. Пусть передача движения происходит между точками К и А звеньев n и 1.

По определению

$$i_{KA} = \frac{dS_K}{dS_A}.$$

После ряда преобразований получим, что

$$i_{KA} = \frac{\Pi'(a)}{r} = \frac{1}{i_{AK}}, \quad (1.16)$$

где r — радиус вращения точки А.

Следовательно, линейное передаточное отношение (между точками) равно частному от деления первой передаточной функции механизма на радиус вращения соответствующей точки входного звена.

Примечание. При определении углового передаточного отношения функция положения механизма (или отдельных его звеньев) записывается в форме (1.7):

$$\Pi(a) = j = j(a),$$

а при расчете линейного передаточного отношения в форме (1.8):

$$\Pi(a) = S = S(a).$$

В качестве примера найдем линейное передаточное отношение между точками С (ползун 3) и А (кривошип 1) механизма двойного ползуна (рис. 1.19).

По соотношению (1.16)

$$i_{CA} = i_{31} = \frac{-r \sin a}{r} = -\sin a,$$

где $(-r \sin a) = \Pi'(a)$ — первая передаточная функция (формула (1.11)); $r = OA$ — радиус вращения точки А кривошипа.

Угловое и линейное передаточные отношения связаны с кинематикой механизма. В механизмах имеет место также и **силовое передаточное отношение**, которое характеризует передачу сил и моментов сил между входным и выходным звеньями механизма.

Если обозначить P_1 и P_K , M_1 и M_K — силы и моменты сил, приложенные соответственно к входному (1) и выходному (К) звеньям механизма, то силовое передаточное отношение между этими звеньями

$$\tilde{i}_{KA} = -\frac{P_K}{P_1} = \frac{M_K}{M_1} = i_{AK} h, \quad (1.17)$$

где i_{AK} — кинематическое (угловое или линейное) передаточное отношение между указанными звеньями,

h — КПД механизма.

Силовое передаточное отношение имеет знак (-).

1.9. Синтез механизмов

Проектирование (**синтез**) механизмов — сложная комплексная задача, решение которой разбивается на несколько самостоятельных этапов.

I этап предусматривает разработку кинематической схемы механизма, которая обеспечивала бы требуемый вид и закон движения выходного звена.

II этап имеет целью разработку конструктивных форм механизма, обеспечивающих его прочность, долговечность, высокий КПД и т.п.

III этап — это разработка технологических и технико-экономических показателей проектируемого механизма, определяемых эксплуатацией, ремонтом и т.д.

В теории механизмов и машин в основном решается первый этап синтеза механизмов с учетом, однако, требований, связанных со вторым и третьими этапами.

Синтез кинематической схемы механизма (**I этап синтеза**) в свою очередь подразделяется на 3 вида в зависимости от поставленной задачи:

- **синтез метрический** - определение постоянных параметров схемы (например, размеров звеньев), исходя из заданного закона движения механизма;
- **синтез кинематический** - определение постоянных параметров схемы механизма по заданной его кинематике;
- **синтез динамический** - определение постоянных параметров схемы механизма, исходя из требований динамики, например, обеспечение заданного распределения масс звеньев механизма.

Таким образом, синтез кинематической схемы механизма заключается в определении некоторых ее постоянных параметров, удовлетворяющих тем или иным требованиям. При этом часть параметров должна быть задана.

При рассмотрении вопросов синтеза остановимся только на механизмах, содержащих поступательную кинематическую пару.

Механизмы, составной частью которых является ползун, называют кривошипно-ползунными, коромыслово-ползунными, кулисно-ползунными. Назначение таких механизмов - главным образом преобразование вращательного или колебательного движения входного звена в возвратно-поступательное движение ползуна. Эти механизмы просты в изготовлении и находят широкое применение. Перечисленные механизмы имеют минимальное количество звеньев и называются **элементарными**. Более сложные механизмы, образованные при помощи групп Ассура, часто можно представить как совокупность элементарных.

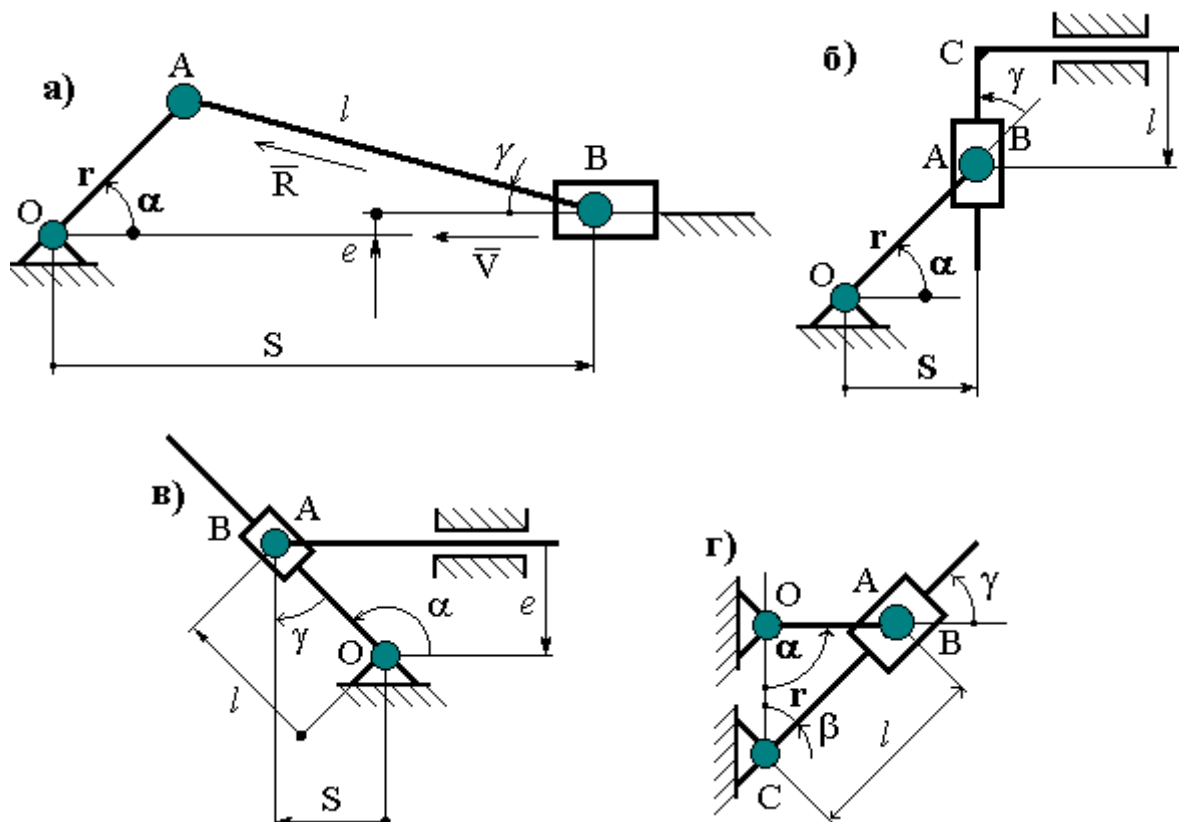


Рис. 1.21. Схемы элементарных механизмов: а) кривошипно-ползунного; б) синусного; в) кулисно-ползунного; г) кривошипно-кулисного

На рис. 1.21 приведены примеры схем элементарных механизмов: кривошипно-ползунного (схема а), двойного ползуна (другое название - синусного или косинусного, схема б), кулисно-ползунного (схема в), кривошипно-кулисного (схема г).

Угол g , показанный на схемах механизмов, называется *углом давления*. Угол давления определяется как угол между вектором ведущей силы \bar{R} , приложенной к ведомому звену, и вектором скорости \bar{V} точки приложения этой силы (см. рис. 1.21, а). Он характеризует условия передачи сил ведомому звену.

Передача сил, а следовательно, и движения происходят наиболее эффективно в тех положениях механизма, в которых угол давления принимает значения возможно меньшие. При больших углах давления растет расход мощности на преодоление сил трения в кинематических парах. Это снижает КПД механизма. Поэтому при синтезе кинематической схемы механизма добиваются, чтобы в любом положении механизма выполнялось условие:

$$g_i \leq g_{\max}, \quad (1.18)$$

где g_i — текущее значение угла давления.

При работе механизма угол давления g при переходе через нулевое значение меняет знак на обратный.

При синтезе кинематической схемы механизма необходимо выяснять следующие вопросы.

- Какие сочленения механизма наиболее неблагоприятны в отношении углов давления?
- Какова величина этих углов?
- В каком положении механизма угол давления достигает наибольшего значения?

Рассмотрим некоторые вопросы на примере синтеза кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма, рис. 1.22.

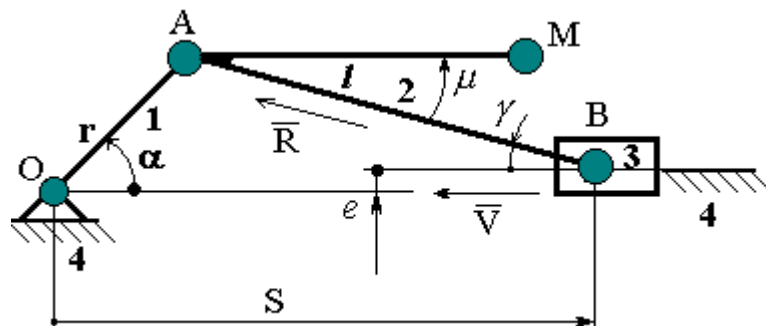


Рис. 1.22. Схема кривошипно-ползунного механизма

Обозначения на схеме механизма:

r — длина кривошипа OA ;

l — длина шатуна AB ;

e — эксцентриситет;

S — координата положения ползуна при отсчете от оси шарнира O ;

g — текущий угол давления при точке B ползуна;

$m = const, a = const$.

В кривошипно-ползунном механизме углы давления g при точке B ползуна достигают максимума в тех положениях механизма, в которых кривошип перпендикулярен линии движения ползуна (рис. 1.23).

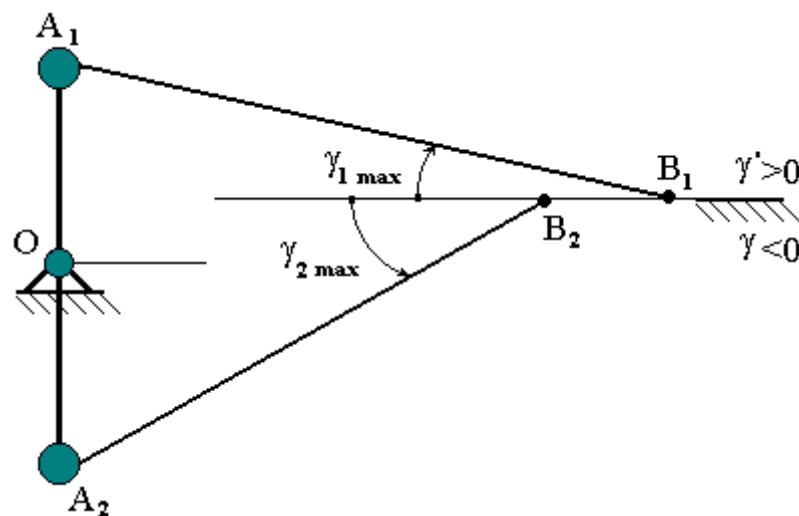


Рис. 1.23. Углы давления в кривошипно-ползунном механизме

Отметим также, что ползун имеет два крайних положения - левое, в котором координата $S = S_{\min}$, и правое $S = S_{\max}$. Расстояние $S_O = S_{\max} - S_{\min}$ называется ходом ползуна.

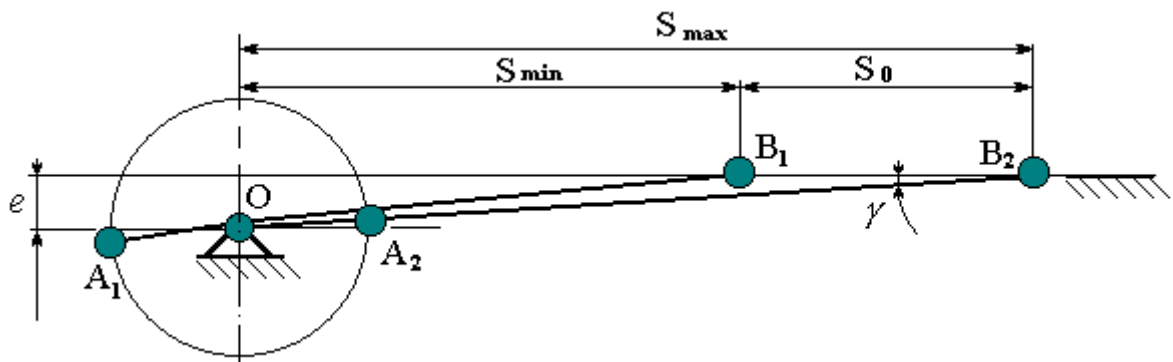


Рис. 1.24. Крайние положения ползуна в кривошипно-ползунном механизме

ПРИМЕРЫ МЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА С УЧЕТОМ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ

Пример 1. Заданы: S_O – ход ползуна, $g_{1\max}, g_{2\max}$ – максимальные значения углов давления. Требуется определить: r – длину кривошипа ОА, l – длину шатуна АВ, e – эксцентриситет.

Расчетные схемы рис. 1.23, 1.24. Расчетные уравнения (из рассмотренной схемы):

$$\begin{aligned} S_O &= S_{\max} - S_{\min} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2}; \\ \sin g_{1\max} &= \frac{r-e}{l}; \\ \sin g_{2\max} &= \frac{r+e}{l}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Для определения трех неизвестных параметров схемы составлено три уравнения.

Пример 2. Заданы: $S_O; g_{2\max}; l_1 = \frac{r}{l}$. Требуется определить: r, l, e . Из рассмотрения тех же схем механизма и из условий задачи получаем три уравнения, связывающие искомые постоянные параметры схемы:

$$\begin{aligned} S_O &= S_{\max} - S_{\min} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2}, \\ \sin g_{2\max} &= \frac{r+e}{l}, \\ r &= l_1 l. \end{aligned} \quad (1.20)$$

При синтезе кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма по предложенной методике необходимо иметь ввиду следующее.

- При решении систем уравнений (1.19) и (1.20) может оказаться, что $e < 0$. Тогда следует направление эксцентриситета изменить на обратное по сравнению с направлением, которое показано на схеме механизма на рис. 1.24.

- В кривошипно-ползунном механизме должна быть обеспечена проворачиваемость кривошипа. Для этого длина кривошипа ОА должна быть меньше длины шатуна АВ. Проворачиваемость кривошипа достигается вы-

полнением условия $r < l$ — для центрального механизма и $r + e < l$ — для внецентренного.

- Внецентренным (с эксцентриситетом e) кривошипно-ползунный механизм выполняется обычно тогда, когда требуется получить рабочий ход ползуна по времени более продолжительным, чем нерабочего.

Если при синтезе схемы кривошипно-ползунного механизма требуется построить траекторию точки шатуна, то используется плоская координатная система $S_o(x_o, y_o)$, расположенная относительно схемы механизма по рис.1.25.

Расчет координат точек шатунной кривой, описываемой концом М отрезка АМ шатуна, производится по выражениям:

$$\begin{aligned} x_o &= r \cdot \sin a + a \cdot \sin(m - g), \\ y_o &= r \cdot \cos a + a \cdot \cos(m - g). \end{aligned} \quad (1.21)$$

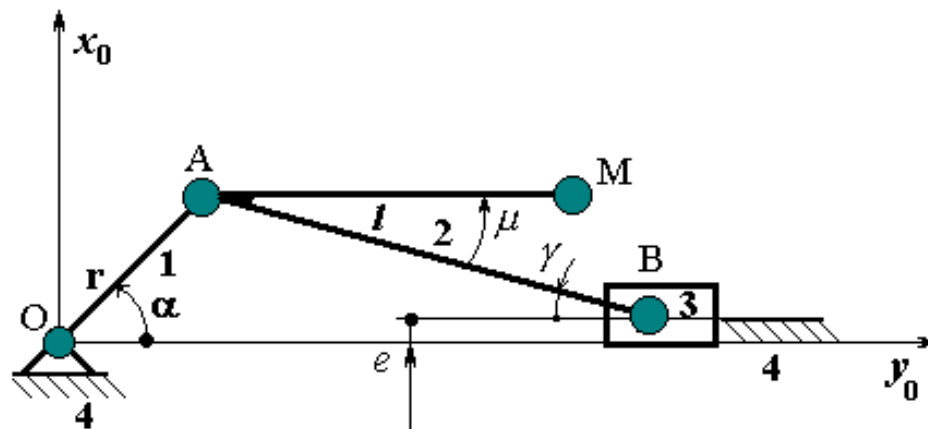


Рис. 1.25. Система координат для определения траектории точки шатуна

При расчете координат x_o, y_o значения обобщенной координаты a принимаются в пределах одного оборота кривошипа OA . Для расчета углов давления g используется соотношение:

$$\sin g = l_1 \cdot \sin a - l_2, \quad (1.22)$$

где $l_1 = \frac{r}{l}, l_2 = \frac{e}{l}$.

Глава 2. КИНЕМАТИКА МЕХАНИЗМОВ

Кинематика изучает механическое движение тел без учета массы, ее распределения и действующих сил.

Кинематика - один из наиболее хорошо исследованных разделов науки. Дальнейшее развитие кинематики предполагает приложение ее к различным задачам техники.

Однако кинематика не может предсказать, как будет двигаться тело под действием приложенных к нему сил или указать, какие силы нужно приложить, чтобы оно двигалось заданным образом.

2.1. Задачи и способы исследования кинематики механизмов

В предыдущем разделе было отмечено, что звенья при работе механизма совершают определенные целесообразные движения. Изучение этих движений и является задачей кинематики механизмов. При кинематическом исследовании определяются:

- *линейные перемещения, скорости и ускорения точек механизма;*
- *угловые перемещения, скорости и ускорения звеньев механизма;*
- *производится построение траекторий точек звеньев и разметка путей.*

В итоге кинематического исследования устанавливают, соответствуют ли действительные кинематические параметры механизма (при его синтезе) параметрам заданным. Некоторые из параметров кинематики служат исходными данными для выполнения силового и динамического исследования механизма.

Методы исследования кинематики механизмов подразделяются на аналитические, графические и экспериментальные.

Аналитические методы позволяют получать при исследовании требуемую точность, использовать вычислительную технику. Однако при анализе кинематики многозвенных механизмов отличаются значительной трудоемкостью.

Графические методы, наоборот, отличаются наглядностью, простотой, но имеют невысокую точность результатов исследования и не дают общего решения, т.к. каждое положение механизма исследуется при графическом методе индивидуально.

Экспериментальные методы исследования кинематики механизмов требуют наличия специального оборудования и поэтому, как правило, используются в лабораторных условиях.

2.2. Аналитическое исследование кинематики механизмов

Остановимся на исследовании кинематики одного из семейства плоских элементарных механизмов, изображенных на рис. 1.21. В качестве представителя этого семейства возьмем кривошипно-ползунный механизм. Этот механизм находит наиболее частое применение в технике, например, в двигателях внутреннего сгорания.

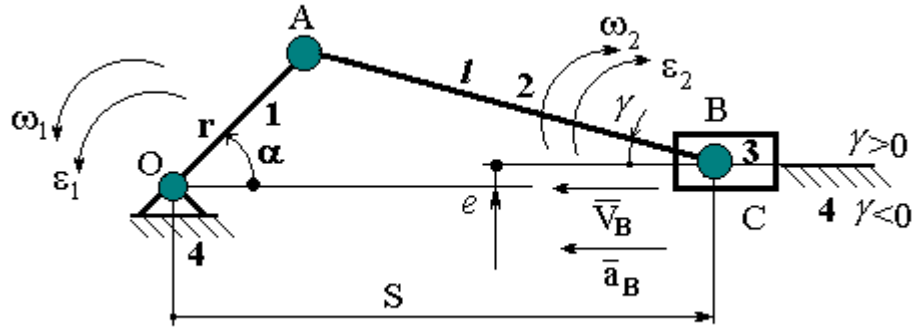


Рис. 2.1. Схема кривошипно-ползунного механизма

Входным звеном полагаем кривошип OA; a – обобщенная координата; w_1, e_1 – угловые скорость и ускорение кривошипа OA. Подвижность механизма $W_3 = 1$.

Исследование кинематики механизмов аналитическим методом сводится обычно к составлению функций положений механизмов (уравнений движения) с последующим их дифференцированием по времени.

ФУНКЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА (ПОЛЗУНА)

Из рассмотрения схемы:

$$\begin{aligned} \Pi(a) = S &= r \cdot \cos a + l \cdot \cos g \\ \sin g &= l_1 \cdot \sin a \pm l_2, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $l_1 = \frac{r}{l}, l_2 = \frac{e}{l}$.

СКОРОСТЬ ПОЛЗУНА

Дифференцируем по времени функцию положения (2.1). Так как время t не входит в (2.1), исключаем его:

$$V_B = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{da} \cdot \frac{da}{dt} = \Pi'(a) \cdot w_1.$$

Следовательно, скорость ползуна будет равна

$$V_B = \Pi'(a)w_1, \quad (2.2)$$

где $\Pi'(a) = \frac{dS}{da}$ — первая передаточная функция.

Направление скорости \bar{V}_B ползуна связано с направлением изменения его координаты S : если первая передаточная функция $\Pi'(a)$ положительна, то направление скорости ползуна совпадает с направлением изменения координаты S .

УСКОРЕНИЕ ПОЛЗУНА

Дифференцируем по времени скорость ползуна (2.2). Рассматриваем сомножители $\Pi'(a)$ и w_1 как величины переменные. Тогда

$$a_B = \frac{dV_B}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\Pi'(a) \cdot w_1 \right)$$

В результате дифференцирования с учетом исключения времени t , получим:

$$a_B = \Pi'(a) \cdot \frac{dw_1}{dt} + w_1 \cdot \Pi''(a) \cdot w_1.$$

В конечном итоге, ускорение ползуна будет равно

$$a_B = w_1^2 \cdot \Pi''(a) + e_1 \cdot \Pi'(a), \quad (2.3)$$

где $\Pi''(a) = \frac{d^2S}{da^2}$ — вторая передаточная функция.

Направление ускорения \bar{a}_B ползуна определяется по знакам первой $\Pi'(a)$ и второй $\Pi''(a)$ передаточных функций: при одинаковых у этих функций знаках ускорение \bar{a}_B направлено по скорости \bar{V}_B (ускоренное движение ползуна). В противном случае движение ползуна замедленное - ускорение \bar{a}_B направлено против скорости \bar{V}_B .

УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ ШАТУНА

Дифференцируем по времени угол g поворота шатуна. Исключая время t , находим:

$$w_2 = \frac{dg}{dt} = \frac{dg}{da} \cdot \frac{da}{dt} = \frac{dg}{da} \cdot w_1.$$

Таким образом,

$$w_2 = \frac{dg}{da} \cdot w_1. \quad (2.4)$$

Направление w_2 - в сторону изменения угла g . Угол g изменяется в сторону положительных значений, если производная $\frac{dg}{da}$ имеет знак (+) (см. схему механизма, рис. 2.1).

УГЛОВОЕ УСКОРЕНИЕ ШАТУНА

Дифференцируем по времени выражение (2.4). Полагаем, что сомножители $w_1, \frac{dg}{da}$ — величины переменные. Тогда

$$e_2 = \frac{dg}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dg}{da} \cdot w_1 \right).$$

С учетом исключения времени t , после дифференцирования имеем

$$e_2 = \frac{dg}{da} \frac{dw_1}{dt} + w_1 \frac{d^2g}{da^2} w_1.$$

Отсюда угловое ускорение шатуна:

$$e_2 = w_1^2 \cdot \frac{d^2g}{da^2} + e_1 \cdot \frac{dg}{da}. \quad (2.5)$$

Направление e_2 определяется по знакам производных $\frac{dg}{da}$ и $\frac{d^2g}{da^2}$: при одинаковых у этих производных знаках угловое ускорение e_2 направлено по угловой скорости w_2 .

При исследовании кинематики кривошипно-ползунного механизма по выражениям (2.1)...(2.5) необходимо иметь математические зависимости для

вычисления значений передаточных функций $\Pi'(a), \Pi''(a)$ и производных $\frac{dg}{da}$ и $\frac{d^2g}{da^2}$.

Опуская преобразования, приводим зависимости для определения указанных величин:

$$\begin{aligned}\Pi'(a) &= -\frac{r}{\cos g} \sin(a+g); \frac{dg}{da} = l_1 \frac{\cos a}{\cos g}; \\ \Pi''(a) &= -\frac{r}{l_1 \cos g} \left[l_1 \cos(a+g) + \left(\frac{dg}{da} \right)^2 \right]; \\ \frac{d^2g}{da^2} &= \frac{1}{\cos g} \left[\left(\frac{dg}{da} \right)^2 \sin g - l_1 \sin a \right]; \\ l_1 &= r/l.\end{aligned}\tag{2.6}$$

Примечание. По выражениям (2.1).....(2.5) исследуется кинематика кривошипно-ползунного механизма в заданном углом a (обобщенная координата) положении. Поэтому исходной величиной при исследовании является обобщенная координата. Угол g является функцией обобщенной координаты a . Определение его текущего значения - см. формулу 1.22.

При определении направлений величин сначала находят направления скоростей, а затем - ускорений.

При исследовании неустановившихся режимов работы механизма (разгон, выбег) направления искомых ускорений необходимо уточнять графически.

Аналитический метод вполне приемлем и при исследовании кинематики других элементарных механизмов, изображенных на рис. 1.21. Изложенный выше аналитический метод может быть рекомендован для исследования кинематики и более сложных механизмов, если эти механизмы можно представить как совокупность элементарных.

Например, 6-звенный кривошипно-ползунный механизм (рис. 2.2) можно представить как последовательную совокупность элементарного "кривошипно-коромыслового" механизма (OABC) и элементарного "кривошипно-ползунного" механизма (CDE). Функция положения ползуна этого механизма записывается в виде:

$$\Pi(j) = S_E = S_E(j),\tag{2.7}$$

где $j = j(a)$.

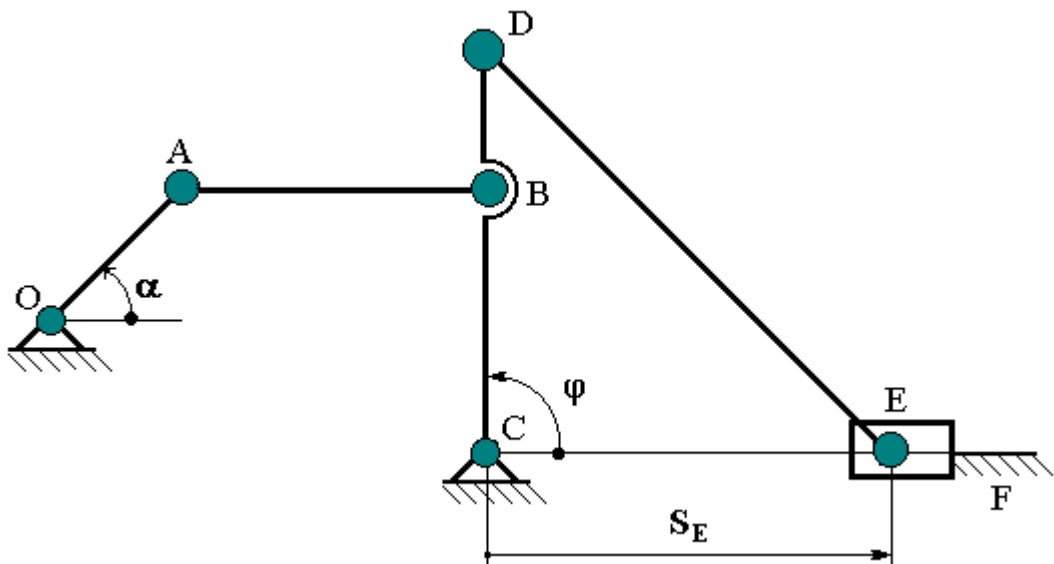


Рис. 2.2. Схема шестизвенного кривошипно-ползунного механизма

При исследовании сначала рассматривается элементарный механизм OABC, а затем - элементарный механизм CDE. Данными для второго и последнего исследований являются результаты предыдущих.

2.3. Исследование кинематики механизмов графическим способом

В основу графического метода исследования кинематики положено построение планов скоростей и ускорений механизма.

МАСШТАБНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ

Скорости и ускорения - величины векторные: определяются числом и направлением. Планы скоростей и ускорений - это векторные суммы. Суммирование векторов при построении планов заменяется суммированием отрезков, изображающих эти векторы. Связь между векторами и отрезками - через масштабный коэффициент.

Масштабный коэффициент устанавливает численную связь между величиной и ее изображением. Он показывает, сколько единиц величины изображается единицей чертежа.

Если обозначить через l и $|\bar{l}|$ - величину и ее изображение соответственно, то масштабный коэффициент

$$m_l = \frac{l}{|\bar{l}|} . \quad (2.8)$$

Отсюда следует, что величина $l = m_l |\bar{l}|$, а ее изображение $|\bar{l}| = \frac{l}{m_l}$.

Обычно выбирают изображение (длину отрезка), а масштабный коэффициент вычисляют.

МАСШТАБЫ КИНЕМАТИКИ

Таблица 2.1

Масштабы кинематики

Величина			Масштабный коэффициент	
Наименование	Обозначение	Размерность	Размерность	Обозначение
Время	t	с	с/мм	m_t
Путь	S	м	м/мм	m_S
Скорость	V	м/с	м/с·мм	m_V
Ускорение	a	м/с ²	м/с ² ·мм	m_a

ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КИНЕМАТИКИ МЕХАНИЗМА СПОСОБОМ ПЛАНОВ

Движение точки или звена механизма относительно стойки называется **абсолютным**. При исследовании кинематики **абсолютное движение** раскладывается на **переносное движение** и движение **относительное** и равно векторной сумме этих движений. В общем случае абсолютное движение два раза раскладывается на переносное и относительное (при двух центрах переноса). В частном случае, когда линия действия абсолютного движения известна, достаточно одного разложения (при одном центре переноса).

Вектор абсолютного движения строится из полюса плана.

Точка механизма, движение которой принимается за переносное, называется **центром переноса**. Требования к центру переноса:

- движение центра переноса должно быть известно;
- за центр переноса можно принять точку только того звена, которому принадлежит и точка с искомым движением (исключение - кулисные механизмы);
- за центр переноса, как правило, принимают центр вращательной кинематической пары, сокращенно, шарнира.

Поэтому при исследовании кинематики механизма движения центров шарниров определяются в первую очередь.

Исследование кинематики механизма начинается с механизма 1 класса и ведется по группам Ассур в порядке их наложения. Разложения механизма на группы Ассур при этом не требуется.

Исследование скоростей механизма способом планов

Обозначения при исследовании скоростей:

\overline{V}_K – отрезок, изображающий вектор скорости точки К (К – любая точка механизма);

$|\overline{V}_K|$ – длина этого отрезка (без учета направления);

V_K – модуль скорости точки К;

AB – звено или отрезок звена в натуральную величину;

$|\overline{AB}|$ – то же на схеме механизма (в масштабе).

Рассмотрим плоский 6-звенный кривошипно-ползунный механизм 1 класса 2 порядка (звенья 1,6 – М1К, 2,3 и 4,5 – Г1К2П). Подвижность механизма $W_3 = 1$. Закон движения входного звена (кривошип ОА) – $W_1 = \text{пост.}$ (установившееся движение). a – обобщенная координата.

Кинематическая схема механизма изображена на рис. 2.3,а.

Требуется для положения a механизма определить:

- 1) линейные скорости всех шарнирных точек и точки К;
- 2) скорости центров тяжести звеньев;
- 3) угловые скорости звеньев.

Базовым уравнением при исследовании скоростей является векторное уравнение

$$\overline{V}_{\text{абс}} = \overline{V}_{\text{пер}} + \overline{V}_{\text{отн}}. \quad (2.9)$$

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОПЕРАЦИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ПЛАНА СКОРОСТЕЙ

1. Выбрать масштаб (стандартный машиностроительный) и построить схему механизма в заданном углом a положении. Схема механизма изображена на рис. 2.3,а.

2. Выбрать полюс Π_V плана скоростей. При выборе полюса исходят из удобства расположения плана на чертеже. Скорость полюса плана равна нулю.

3. Построить абсолютную скорость шарнира А. Для этого из полюса плана Π_V строят отрезок, изображающий вектор \overline{V}_A скорости шарнира А.

Этот отрезок перпендикулярен кривошипу ОА и направлен в сторону W_1 . На плане скоростей (рис. 2.3, б) он обозначен буквой «а» на конце.

4. Построить абсолютную скорость шарнира В. Линия действия иско- мой скорости известна – она перпендикулярна звену ВС. Поэтому при по- строении скорости \overline{V}_B используем векторное уравнение (2.9) только один раз, при одном центре переноса. В качестве центра переноса выбираем шар- нир А. Тогда

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA} \quad (2.10)$$

$\perp BC \dots \perp OA \dots \perp BA$

Индекс «О» над вектором \overline{V}_A говорит о том, что этот вектор (отрезок) уже построен на плане скоростей.

Отрезок, изображающий вектор скорости \overline{V}_B , на плане скоростей обо- значен буквой «b» на конце.

5. Построить абсолютную скорость шарнира М. Шарнир М выполнен на шатуне 2. Линия действия вектора скорости \overline{V}_M неизвестна. В связи с этим векторное уравнение (2.9) применяем два раза при 2-х центрах перено- са. В качестве последних выбираем шарниры А и В.

Тогда векторные уравнения скорости шарнира М равны

$$\overline{V}_A + \overline{V}_{MA} = \overline{V}_M = \overline{V}_B + \overline{V}_{MB} \quad (2.11)$$

$\dots \perp MA \dots \perp MB$

Отрезок, изображающий скорость \overline{V}_M , на плане скоростей обозначен буквой «m» на конце.

6. Построить абсолютную скорость шарнира D. Шарнир D принадле- жит как шатуну 4, так и ползуну 5. По движению ползуна определяется ли- ния действия вектора абсолютной скорости \overline{V}_D . Для построения вектора скорости \overline{V}_D векторное уравнение (2.9) используем один раз при одном цен- тре переноса (шарнир М).

Векторное уравнение скорости шарнира D:

$$\overline{V}_D = \overline{V}_M + \overline{V}_{DM} \quad (2.12)$$

$// \text{напр} \dots \perp DM$

В плане скоростей конец вектора скорости \overline{V}_D обозначен буквой «d».

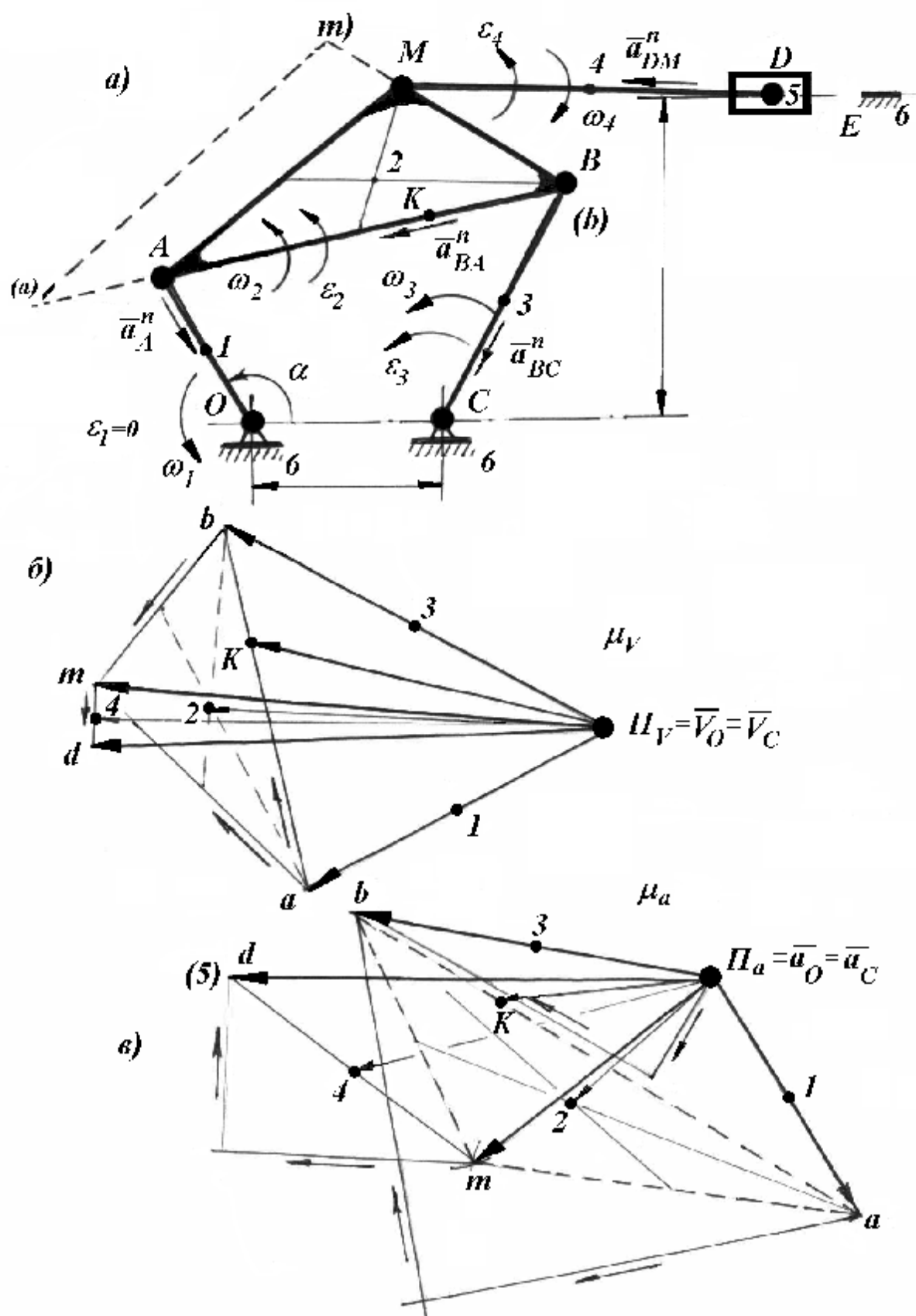


Рис. 2.3. Кинематика бескулисного механизма 1 класса 2 порядка:
 а) схема механизма; б) план скоростей; в) план ускорений

7. Построить абсолютную скорость \overline{V}_K точки К. Точка К взята на стороне АВ шатуна 2. Известно, что схема звена механизма и план относительных скоростей этого звена подобны в силу взаимной перпендикулярности их соответственных сторон. В рассматриваемом случае подобными фигурами являются схема АВМ звена 2 и план abm относительных скоростей этого звена. Исходя из подобия фигур, составим отношение их отрезков (один из вариантов):

$$\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AK}|} = \frac{ab}{ak} \rightarrow ak = ab \cdot \frac{|\overline{AK}|}{|\overline{AB}|}. \quad (2.13)$$

Размеры отрезков правой части равенства (2.13) известны – они снимаются измерением со схемы механизма и плана скоростей. Найденный отрезок ak строится на стороне ab плана скоростей. Точка К на стороне ab определяет положение конца отрезка \overline{V}_K .

8. Остановимся теперь на построении скоростей центров тяжести звеньев. Полагаем, что центры тяжести звеньев, изображенных на кинематической схеме механизма в виде отрезков прямых, располагаются посередине этих отрезков.

На схеме механизма цифрами 1,3,4 обозначены центры звеньев ОА, ВС, и MD, выполненных в виде прямых. Звено 2 имеет форму треугольника АМВ, центр тяжести 2 которого лежит на пересечении его медиан.

На плане скоростей отмечены точки 1,2,3,4, соответственные одноименным точкам схемы механизма. Направленные отрезки, построенные из полюса плана скоростей в указанные точки, определяют скорости соответствующих центров тяжести звеньев.

9. Построенный на рис. 2.3, б план скоростей дает полное представление о распределении линейных скоростей в механизме. Для определения модулей этих скоростей необходим масштабный коэффициент, который, как уже было отмечено, устанавливает численную связь между величиной и ее изображением на чертеже. Масштабный коэффициент плана скоростей.

$$m_V = \frac{V_A}{|\overline{V}_A|} = \frac{w_1 \cdot OA}{|\overline{V}_A|}. \quad (2.14)$$

Размер отрезка $|\overline{V}_A|$ плана скоростей, изображающего скорость \overline{V}_A , находится из тех или иных соображений. Следует только отметить, что чем больше этот отрезок, тем точнее исследование скоростей механизма.

Отрезок $|\overline{V}_A|$ для плана скоростей является *начальным*. С построения этого отрезка начинается построение плана скоростей. Все остальные отрезки плана скоростей «соизмеряют» свои размеры с размерами начального отрезка.

10. Для определения модулей линейных скоростей точек механизма масштабный коэффициент умножается на изображения этих скоростей. Так, модули скоростей шарниров B, D и центра тяжести звена 2 определяются выражениями:

$$\begin{aligned} V_B &= m_V \cdot |\overline{V}_B|, \\ V_D &= m_V \cdot |\overline{V}_D|, \\ V_2 &= m_V \cdot |\overline{V}_2|, \end{aligned} \quad (2.15)$$

.....

В выражениях (2.15) сомножители $|\overline{V}_B|, |\overline{V}_D|, |\overline{V}_2|$ – отрезки плана скоростей; снимаются с плана скоростей измерением.

УГЛОВЫЕ СКОРОСТИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА

Угловые скорости звеньев механизма подразделяются на *абсолютные* и *относительные*.

Абсолютные угловые скорости – это скорости вращения звеньев относительно стойки. Для механизма по рис. 2.3,а – это угловые скорости:

$$w_1 = \frac{V_A}{OA}; w_2 = \frac{V_{BA}}{BA}; w_3 = \frac{V_B}{BC}; w_4 = \frac{V_{DM}}{DM}. \quad (2.16)$$

Направления абсолютных угловых скоростей определяются направлениями линейных скоростей (записаны в числителях выражений), перенесенных из плана скоростей в соответствующие точки схемы механизма.

Относительные угловые скорости – это скорости вращения звеньев, соединенных шарниром, друг относительно друга. Относительная угловая скорость в шарнире равна алгебраической разности абсолютных угловых скоростей звеньев, соединенных этим шарниром (рис. 2.4).

Для механизма по рис. 2.3,а:

$$\begin{aligned} w_{1,6} &= w_1 - w_6 = w_1; w_6 = 0 - \text{шарнир О;} \\ w_{1,2} &= w_1 - w_2 - \text{шарнир А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{2,3} &= W_2 - W_3 - && \text{шарнир В;} \\
W_{2,4} &= W_2 - W_4 - && \text{шарнир М;} \\
W_{4,5} &= W_4 - W_5 = W_4; W_5 = 0 - && \text{шарнир D;} \\
W_{3,6} &= W_3 - W_6 = W_3 - && \text{шарнир С.}
\end{aligned}$$

Численные значения относительных угловых скоростей используются при расчете потерь мощности на трение во вращательных кинематических парах.

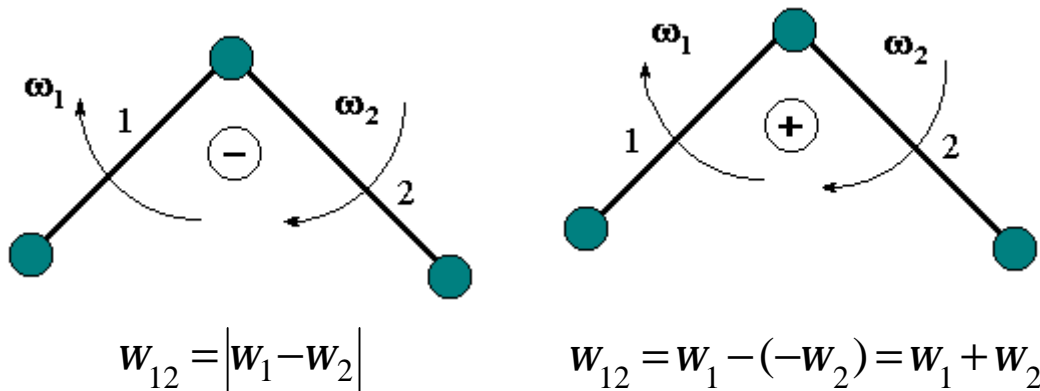


Рис. 2.4. Определение относительных угловых скоростей

Исследование ускорений механизма способом планов

Напомним, что движение (кинематика) точки механизма считается изученным, если в любой момент времени можно указать положение этой точки по отношению к стойке, ее скорость и ускорение.

При определении абсолютного ускорения точки в сложно-плоском движении следует различать 2 случая:

- 1) когда переносное движение поступательное (бескулисные механизмы);
- 2) когда переносное движение вращательное (кулисные механизмы).

В первом случае абсолютное ускорение точки равно векторной сумме ускорений переносного и относительного:

$$\bar{a}_{абс} = \bar{a}_{пер} + \bar{a}_{отн} = \bar{a}_{пер} + \bar{a}_{отн}^n + \bar{a}_{отн}^t, \quad (2.17)$$

где $\bar{a}_{отн}^n, \bar{a}_{отн}^t$ — нормальное и касательное ускорения в относительном (вращательном) движении;

во втором случае абсолютное ускорение точки равно векторной сумме 3-х ускорений – переносного, относительного и добавочного (кориолисова):

$$\bar{a}_{abc} = \bar{a}_{пер} + \bar{a}_{отн} + \bar{a}^K. \quad (2.18)$$

Модуль кориолисова ускорения находим по формуле

$$a^K = 2w_{пер} V_{отн}, \quad (2.19)$$

где $w_{пер}$ — угловая скорость переносного вращательного движения,

$V_{отн}$ — относительная скорость физически совпадающих в кинематической паре «камень-кулиса» точек.

Направление вектора \bar{a}^K кориолисова ускорения определяется по направлению вектора $\bar{V}_{отн}$ относительной скорости, повернутого в сторону $w_{пер}$ на 90° .

Обозначения при исследовании ускорений:

\bar{a}_K — отрезок, изображающий вектор ускорения точки К (К- любая точка механизма);

$|\bar{a}_K|$ — длина этого отрезка (без учета направления);

a_K — модуль ускорения точки К.

Рассмотрим плоский 6-звенный кривошипно-ползунный механизм 1К2П. Схема механизма изображена на рис. 2.3, а. Исходные данные смотри выше.

Требуется для положения **а** механизма определить:

1. Линейные ускорения всех шарнирных точек и точки К.
2. Ускорения центров тяжести звеньев.
3. Угловые ускорения звеньев.

Заданный механизм (рис. 2.3, а) является бескулисным. Поэтому для исследования его ускорений базовым является векторное уравнение

$$\bar{a}_{abc} = \bar{a}_{пер} + \bar{a}_{отн}^n + \bar{a}_{отн}^t.$$

План скоростей механизма построен на рис. 2.3, б. Обращаем внимание читателя, на то, что при построении векторных уравнений такого вида нормальные составляющие $\bar{a}_{отн}^n$ относительных ускорений (коротко «нормальные ускорения») должны быть известны, т.е. они должны быть полностью (чис-

ленно и по направлению) определены тем или иным способом до построения абсолютного ускорения \bar{a}_{abc} . Наиболее просто нормальные ускорения определяются графически или графоаналитически (см. далее по тексту). План ускорений заданного механизма построен на рис. 2.3, в.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОПЕРАЦИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ПЛАНА УСКОРЕНИЙ

1. Выбрать полюс Π_a плана ускорений. Ускорение полюса равно нулю.
2. Построить абсолютное ускорение шарнира А по уравнению:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^t.$$

Так как угловое ускорение $e_1 = 0$, то

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n. \quad (2.20)$$

Для этого из полюса Π_a плана строят отрезок, изображающий вектор \bar{a}_A^n нормального ускорения шарнира А. Этот отрезок параллелен кривошипу ОА и направлен в сторону шарнира О. Конец отрезка на плане ускорений обозначен буквой «а».

3. Вычислить масштабный коэффициент плана ускорений:

$$m_a = \frac{a_A^n}{|\bar{a}_A^n|} = \frac{w_1^2 OA}{|\bar{a}_A^n|}. \quad (2.21)$$

4. Построить абсолютное ускорение шарнира В. Положение линии действия абсолютного ускорения \bar{a}_B неизвестно. Поэтому векторное уравнение (2.17) применяем два раза при двух центрах переноса (шарниры А и С). Тогда векторное уравнение ускорения точки В запишется в виде

$$\overset{o}{\bar{a}}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t = \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^t. \quad (2.22)$$

.....// BA..... \perp BA..... = 0.....// BC..... \perp BC

Прежде чем строить векторное уравнение (2.22), необходимо найти модули нормальных ускорений $\bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{BC}^n$, после чего перевести эти ускорения в отрезки.

Модули упомянутых ускорений определяются выражениями:

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{BA}; \quad a_{BC}^n = \frac{V_{BC}^2}{BC} \quad (2.23)$$

Правая часть равенств (2.23) – натуральные значения величин. Отрезки, изображающие нормальные ускорения:

$$\left| \overline{a}_{BA}^n \right| = \frac{a_{BA}^n}{m_a}; \quad \left| \overline{a}_{BC}^n \right| = \frac{a_{BC}^n}{m_a}, \quad (2.24)$$

где m_a – масштабный коэффициент плана ускорений.

Конец отрезка, изображающего абсолютное ускорение \overline{a}_B , на плане ускорений обозначен – буквой « в ».

5. Построить абсолютное ускорение шарнира М. Имеют место 2 способа построения абсолютного ускорения \overline{a}_M . Первый способ повторяет путь решения, изложенный ранее в пункте 4: абсолютное ускорение \overline{a}_M два раза раскладывается на переносное и относительное при двух центрах переноса: шарнирах А и В.

В основе второго, более рационального способа – построение подобных фигур. Подобными фигурами являются ΔABM звена 2 схемы механизма и Δabm плана относительных ускорений звена 2 в плане ускорений (рис. 2.3,в).

Признак подобия – пропорциональность соответственных сторон этих треугольников:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{bm}{BM} = \frac{am}{AM}. \quad (2.25)$$

Суть способа построения ускорения \overline{a}_M заключается в построении на схеме звена 2 механизма $\Delta abm \propto \Delta ABM$ с последующим переносом Δabm на план ускорений. Для построения Δabm откладываем на стороне АВ звена 2 отрезок ab плана ускорений (без изменения длины). Далее известным способом строим $\Delta abm \propto \Delta ABM$. Затем, используя метод засечек, переносим Δabm на план ускорений (показан пунктиром). В пересечении двух сторон треугольника получаем точку m . Отрезок, проведенный в эту точку из полюса плана, изображает вектор абсолютного ускорения шарнира М.

Следует отметить, что точка m в плане ускорений может располагаться по одну и по другую сторону отрезка ab . Одно из этих положений неверное.

Правильность положения точки m относительно \overline{ab} устанавливается правилом: чередование букв у вершин $\Delta\Delta ABM$ и abm при обходе их контуров в одном направлении должно быть одним и тем же.

6. Построить абсолютное ускорение шарнира D. В соответствии со схемой механизма (рис. 2.3, а) абсолютное ускорение шарнира D – это ускорение \overline{a}_D ползуна. Линия действия ускорения \overline{a}_D известна – по движению ползуна, поэтому для построения \overline{a}_D векторное уравнение применяем один раз при одном центре переноса – шарнир M.

Векторное уравнение абсолютного ускорения \overline{a}_D :

$$\overline{a}_D = \overline{a}_M^o + \overline{a}_{DM}^n + \overline{a}_{DM}^t. \quad (2.26)$$

// напр.....// DM..... \perp DM

Модуль и отрезок, изображающий нормальное ускорение \overline{a}_{DM}^n :

$$a_{DM}^n = \frac{V_{DM}^2}{DM}; \quad \left| \overline{a}_{DM}^n \right| = \frac{a_{DM}^n}{m_a}. \quad (2.27)$$

На плане ускорений конец отрезка, изображающего абсолютное ускорение \overline{a}_D , обозначен буквой « d ».

7. Построить абсолютное ускорение точки K. Способ построения ускорения \overline{a}_K точки K полностью повторяет способ построения абсолютной скорости этой точки. Основа способа – подобие фигур схемы механизма и плана ускорений.

8. Построить ускорения центров тяжести звеньев механизма. В пункте 8 данного параграфа, описывающего построение плана скоростей, подробно изложен способ построения скоростей этих центров тяжести. Этот же способ без изменений переносится и на построение их ускорений. На плане ускорений концы отрезков, изображающих ускорения центров тяжести звеньев, обозначены соответственно цифрами – 1,2,3,4,5.

9. Определить модули ускорений шарниров и точек звеньев механизма. Для этого отрезки плана ускорений умножаются на его масштабный коэффициент. Например,

$$\begin{aligned} a_B &= m_a \cdot \left| \overline{a}_B \right| \\ a_D &= m_a \cdot \left| \overline{a}_D \right|, \\ a_3 &= m_a \cdot \left| \overline{a}_3 \right|. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Масштабный коэффициент определен в пункте 3.

УГЛОВЫЕ УСКОРЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА

10. Угловые ускорения звеньев определяются относительно стойки и поэтому являются абсолютными. Для механизма по рис. 2.3,а угловые ускорения звеньев определяются выражениями:

$$e_1 = \frac{a_A^t}{OA}; e_2 = \frac{a_{BA}^t}{BA}; e_3 = \frac{a_{BC}^t}{BC}; e_4 = \frac{a_{DM}^t}{DM}, \quad (2.29)$$

где правые части равенств являются отношениями натуральных значений касательных ускорений и размеров звеньев механизма.

Для определения направлений угловых ускорений, касательные ускорения, точнее – отрезки, их изображающие, переносятся из плана ускорений в соответствующие точки схемы механизма.

РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ УСКОРЕНИЙ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ И ГРАФИЧЕСКИМ СПОСОБАМИ

Ранее отмечено, что при исследовании ускорений плоского бескулисного механизма используется в качестве базового векторное уравнение (2.17). Отмечено также, что нормальные составляющие $\bar{a}_{отн}^n$ относительных ускорений должны быть определены векторно до построения абсолютного ускорения $\bar{a}_{абс}$. В рассмотренном примере исследования ускорений механизма использован общепринятый аналитический способ расчета нормальных ускорений с последующим переводом их в отрезки.

С о д е р ж а н и е с п о с о б а

1. По известной линейной скорости и длине звена или отрезка звена механизма рассчитывается модуль нормального ускорения.
2. Вычисляется масштабный коэффициент плана ускорений.
3. Нормальное ускорение посредством масштабного коэффициента переводится в отрезок, который строится в плане ускорений.

Описанный способ многооперационен и продолжителен во времени.

При построении плана ускорений целесообразно для расчета нормальных ускорений использовать графоаналитический или графический способы, которые быстро приводят к результату.

В пункте 9 отмечено, что отрезок $\left| \bar{V}_A \right|$, изображающий скорость шарнира А механизма, является *начальным*, так как именно с него начинается построение плана скоростей.

Аналогично такими же *начальными* отрезками являются для плана ускорений отрезок $\left|\overline{a}_A^n\right|$, а для схемы механизма – отрезок $\left|\overline{OA}\right|$. Нетрудно показать, что если масштабные коэффициенты схемы механизма (m_s), плана скоростей (m_v) и плана ускорений (m_a) связаны соотношением

$$m_a = \frac{m_v^2}{m_s}, \quad (2.30)$$

то для начальных отрезков справедливо соотношение

$$\left|\overline{a}_A^n\right| = \frac{\left|\overline{V}_A\right|^2}{\left|\overline{OA}\right|}. \quad (2.31)$$

Если выдержано условие (2.31), то справедливо также утверждение, что при исследовании ускорений нормальные ускорения механизма сразу в отрезках можно определять по аналогичным соотношениям, как, например,

$$\begin{aligned} \left|\overline{a}_{BA}^n\right| &= \frac{\left|\overline{V}_{BA}\right|^2}{\left|\overline{BA}\right|}, \\ \left|\overline{a}_{BC}^n\right| &= \frac{\left|\overline{V}_{BC}\right|^2}{\left|\overline{BC}\right|}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

При решении соотношений (2.32) отрезки, изображающие скорости, снимаются измерением с плана скоростей, а отрезки, изображающие звенья механизма - с его кинематической схемы.

Нормальные ускорения в отрезках, найденные по (2.32), непосредственно строятся в плане ускорений с учетом направления без изменения длины.

- Если нормальные ускорения $\left|\overline{a}_{BA}^n\right|, \left|\overline{a}_{BC}^n\right|$ (в отрезках) найдены путем аналитического решения соотношений (2.32), то способ расчета называют графоаналитическим.

- При графическом способе расчета нормальных ускорений, также в отрезках, используются чисто графические приемы. Поясним это на примере

расчета нормального ускорения:
$$\left| \overline{a}_{BA}^n \right| = \frac{\left| \overline{V}_{BA} \right|^2}{\left| \overline{BA} \right|}.$$

Заметим, что в соотношение (2.32) размер отрезка $\left| \overline{V}_{BA} \right|$ является средней пропорциональной величиной между размерами двух других отрезков - $\left| \overline{a}_{BA}^n \right|$ и $\left| \overline{BA} \right|$. Построение среднего пропорционального есть основа графического расчета нормальных ускорений.

При определении отрезка $\left| \overline{a}_{BA}^n \right|$ возможны три случая (построение на рис. 2.5,а,б).

$$\begin{aligned} & \text{1-й случай. } \left| \overline{V}_{BA} \right| < \left| \overline{BA} \right| \\ & \text{2-й случай. } \left| \overline{V}_{BA} \right| > \left| \overline{BA} \right| \\ & \text{3-й случай. } \left| \overline{V}_{BA} \right| = \left| \overline{BA} \right| = \left| \overline{a}_{BA}^n \right|. \end{aligned}$$

При определении нормальных ускорений (в отрезках) графическим способом выполненные выше построения не выносят отдельно, а выполняют непосредственно на соответствующих звеньях механизма. При этом в процессе исследования ускорений не производится никаких вычислений. Первым аналитическим расчетом будет вычисление масштабных коэффициентов, но он производится уже после графической части исследования кинематики механизма.

В заключение поясним, что следует понимать под справедливостью соотношения (2.31) между начальными отрезками.

Целесообразно указанное соотношение выдерживать перед началом исследования кинематики механизма. Выдержать соотношение (2.31) - значит задать размеры начальных отрезков такими, чтобы это соотношение удовлетворялось. Начальный отрезок $\left| \overline{OA} \right|$ определяется масштабом кинематической схемы механизма. Начальные отрезки $\left| \overline{V}_A \right|$ и $\left| \overline{a}_A^n \right|$ задаются, исходя из тех или иных соображений. Например, если $\left| \overline{OA} \right| = 40$ мм, то можно при-

нять $|\bar{a}_A^n| = 90$ мм, $|\bar{V}_A| = 60$ мм. Если принято $|\overline{OA}| = |\bar{V}_A| = |\bar{a}_A^n|$, то говорят, что исследование кинематики механизма выполняется в "масштабе его кривошипа".

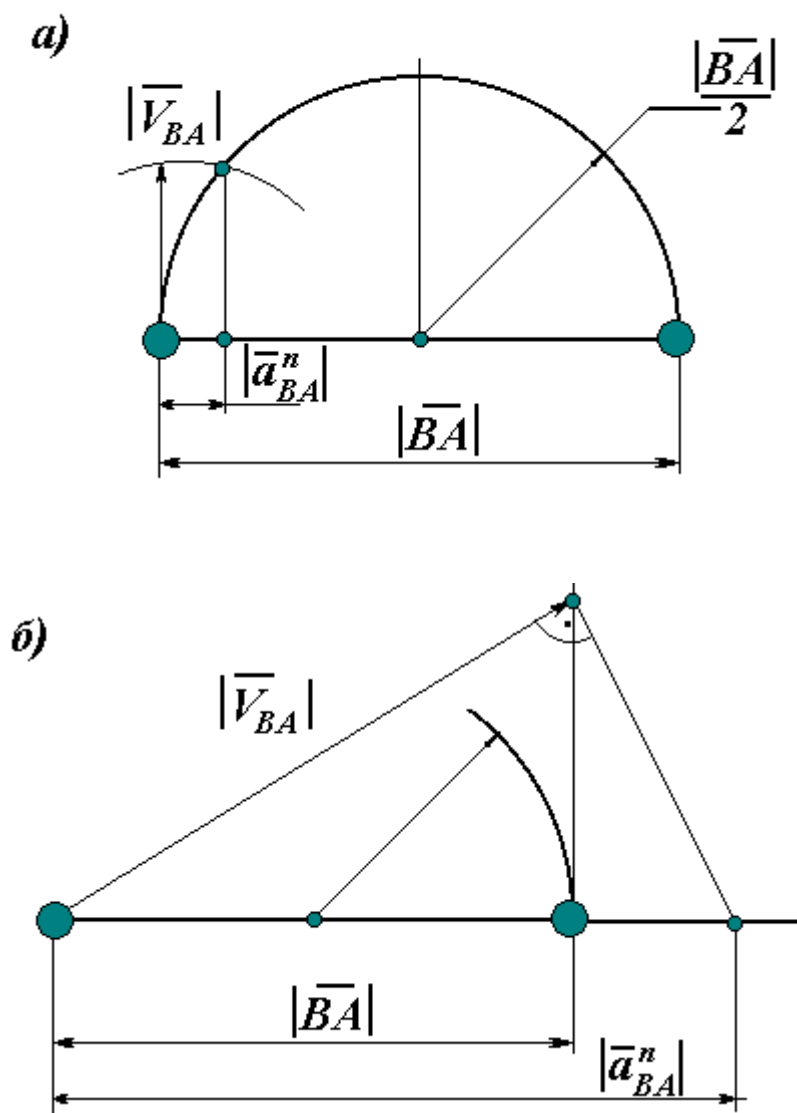


Рис. 2.5. Определение нормальных ускорений графическим способом:

а) $|\bar{V}_{BA}| < |\overline{BA}|$; б) $|\bar{V}_{BA}| > |\overline{BA}|$

Исследование кинематики кулисного механизма

К кулисным относятся рычажные механизмы, имеющие в своей структуре кинематическую пару "кулиса - камень". Таких пар в механизме может быть несколько.

Примером 6-звенного кривошипно-ползунного механизма, содержащего кинематическую пару "кулиса - камень" (звенья 2-3), может служить ме-

ханизм, кинематическая схема которого изображена на рис. 2.6, а. Рычажные механизмы с подобной кинематической схемой используются, например, в металлообрабатывающем оборудовании (строгальные станки), в пищевой промышленности (пульсирующие конвейеры).

Механизм по классификации Ассура относится к механизмам 1 класса 2 порядка (звенья 1,6 - М1К, звенья 2,3 и 4,5 - Г1К2П).

Ранее отмечалось, что в бескулисном механизме абсолютное движение точки при его исследовании раскладывается на переносное и относительное. При этом точка с искомым движением и центр переноса принадлежат одному и тому же звену. В основе исследования кинематики такого механизма - базовые векторные уравнения:

$$\begin{aligned}\overline{V}_{абс} &= \overline{V}_{пер} + \overline{V}_{отн}, \\ \overline{a}_{абс} &= \overline{a}_{пер} + \overline{a}_{отн}^n + \overline{a}_{отн}^t.\end{aligned}$$

Кинематика кулисного механизма, за исключением кинематической пары "кулиса-камень", исследуется по общим правилам.

Особенностью исследования кинематики кинематической пары "кулиса-камень" состоит в том, что при разложении абсолютного движения точек звеньев, образующих эту пару, центр переноса и точка с искомым движением принадлежит разным звеньям. Например, за центр переноса принимается точка камня, а точка с искомым движением принадлежит кулисе. При этом упомянутые точки совпадают физически, а на кинематической схеме проектируются в одну общую точку.

Эта особенность приводит к изменению вида базовых векторных уравнений для исследования кинематики кинематической пары "кулиса-камень". Для этой пары переносное движение является вращательным, а относительное - поступательным. В векторное уравнение при исследовании ускорений входит ускорение, которое называется Кориолисовым (поворотным, добавочным). Причина появления этого ускорения - переносное вращательное движение.

Базовые векторные уравнения для исследования кинематики (только кинематической пары "кулиса - камень") имеют вид:

$$\begin{aligned}\overline{V}_{абс} &= \overline{V}_{пер} + \overline{V}_{отн}, \\ \overline{a}_{абс} &= \overline{a}_{пер} + \overline{a}^K + \overline{a}_{отн}.\end{aligned}$$

Модуль кориолисова ускорения равен

$$a^K = 2 \cdot \omega_{пер} V_{отн},$$

где $\omega_{пер}$ — угловая скорость переносного вращательного движения;

$V_{отн}$ — относительная скорость в движении камня относительно кулисы.

Рассмотрим кинематику кулисного механизма по рис. 2.6, а. Подробно остановимся только на исследовании скорости и ускорения кинематической пары "кулиса - камень" (звенья 2-3).

ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТЕЙ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА

1. Выбираем полюс Π_V плана скоростей. Из полюса строим отрезок, изображающий скорость \overline{V}_A шарнира А. На плане скоростей (рис. 2.6,б) этот отрезок, принадлежащий кривошипу ОА и направленный в сторону W_1 , обозначен в конце буквой " а ".
2. Строим абсолютную скорость \overline{V}_B точки В кулисы DC. Базовое векторное уравнение используем только один раз при одном центре переноса - шарнире А: скорость $\overline{V}_B \perp DC$.

Векторное уравнение запишется в форме:

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA} \quad . \quad (2.33)$$

На плане скоростей конец отрезка, изображающего абсолютную скорость \bar{V}_R , обозначен буквой " b ".

При исследовании скоростей остальных точек и звеньев механизма следует руководствоваться положениями, изложенными ранее.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСКОРЕНИЙ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА

1. Выбираем полюс Π_a плана ускорений, из которого строим отрезок $\overline{a}_A = \overline{a}_A^n$, изображающий ускорение шарнира А. Указанный отрезок обозначен на плане ускорений (рис. 2.6,в) буквой "а" на конце.
2. Строим абсолютное ускорение \overline{a}_B точки В кулисы 3. Линия действия абсолютного ускорения \overline{a}_B известна. В связи с этим ускорение \overline{a}_B два раза раскладываем на составляющие ускорения, принимая за центры переноса шарниры С и А. Используя базовые векторные уравнения для данного случая получаем

$$\begin{aligned} \bar{a}_B &= \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^t \\ &= 0.....// BC... \perp BC \\ &\quad \overset{o}{} . \\ \bar{a}_B &= \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^K + \bar{a}_{BA}^{omH} \\ &\perp BC.....// BC \end{aligned} \tag{2.34}$$

Отрезок, изображающий абсолютное ускорение \bar{a}_B , в плане ускорений обозначен буквой "b" на конце.

Абсолютные ускорения остальных точек механизма исследуются в соответствии с положениями, изложенными ранее.

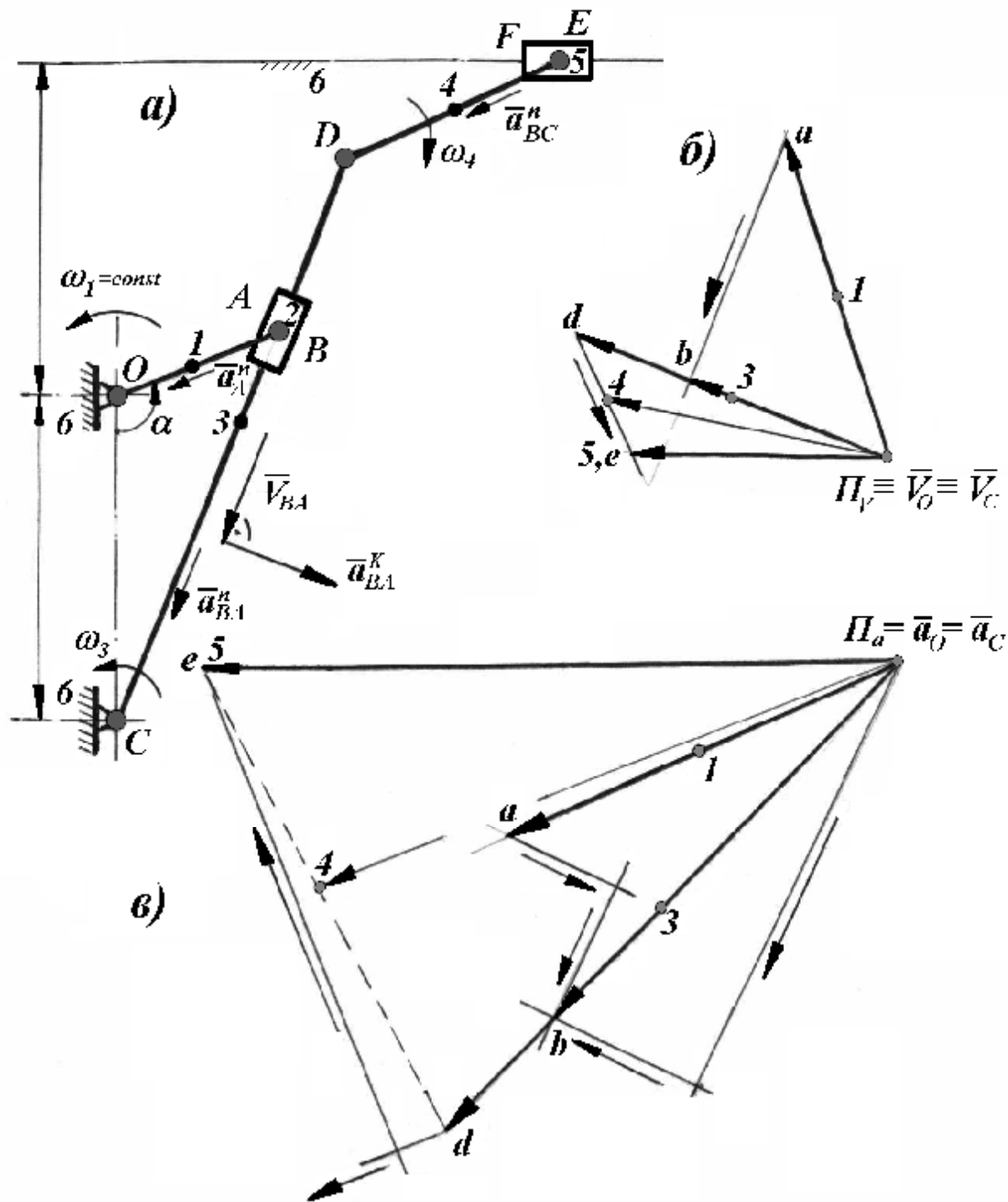


Рис. 2.6. Кинематика кулисного механизма:
а) схема механизма; б) план скоростей; в) план ускорений

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОРИОЛИСОВА УСКОРЕНИЯ

При исследовании ускорений кулисного механизма кориолисово ускорение как и ускорение нормальное необходимо определять полностью (численно и по направлению) до построения соответствующего абсолютного ускорения.

Графоаналитический расчет кориолисова ускорения покажем на примере исследования ускорений кулисного механизма, схема которого приведена на рис. 2.6,а.

Кориолисово ускорение в кинематической паре "кулиса - камень" определяется по выражению

$$a_{BA}^K = 2w_3 V_{BA}. \quad (2.35)$$

Выразим угловую скорость w_3 через линейную скорость

$$w_3 = \frac{V_B}{BC}. \quad (2.36)$$

Тогда

$$a_{BA}^K = 2 \frac{V_B}{BC} V_{BA}. \quad (2.37)$$

Если выдержано соотношение (2.31) между начальными отрезками, то соотношение (2.37) также может быть записано в отрезках:

$$\left| \overline{a_{BA}^K} \right| = 2 \frac{\left| \overline{V_B} \right|}{\left| \overline{BC} \right|} \left| \overline{V_{BA}} \right|. \quad (2.38)$$

В уравнении (2.38): $\left| \overline{V_B} \right|, \left| \overline{V_{BA}} \right|, \left| \overline{BC} \right|$ – отрезки соответственно плана скоростей и схемы механизма (снимаемые с построений измерением). Найденный отрезок $\left| \overline{a_{BA}^K} \right|$ строится непосредственно в плане ускорений с учетом направления без изменения длины.

Примечание. Под выражениями "скорость шарнира", "ускорение шарнира", использованными в тексте, следует понимать скорость и ускорение центра шарнира.

2.4. Исследование кинематики механизмов методом графиков

Если одна из функций движения или точки звена задана в виде графика или таблицы чисел, то найти ее производную или интеграл в аналитической форме нельзя в связи с отсутствием соответствующего уравнения движения.

В этом случае рекомендуется использовать графические способы дифференцирования и интегрирования.

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ГРАФИКОВ СПОСОБОМ ХОРД

Предположим, что задан график зависимости скорости от времени для точки звена механизма:

$$V = V(t). \quad (2.39)$$

Известно, что механический смысл производной от функции $y = f(x)$ есть скорость изменения величины самой функции $y = f(x)$ относительно величины ее аргумента x .

В данном случае функцией $y = f(x)$ является функция (2.39), заданная в виде графика (рис. 2.7, а).

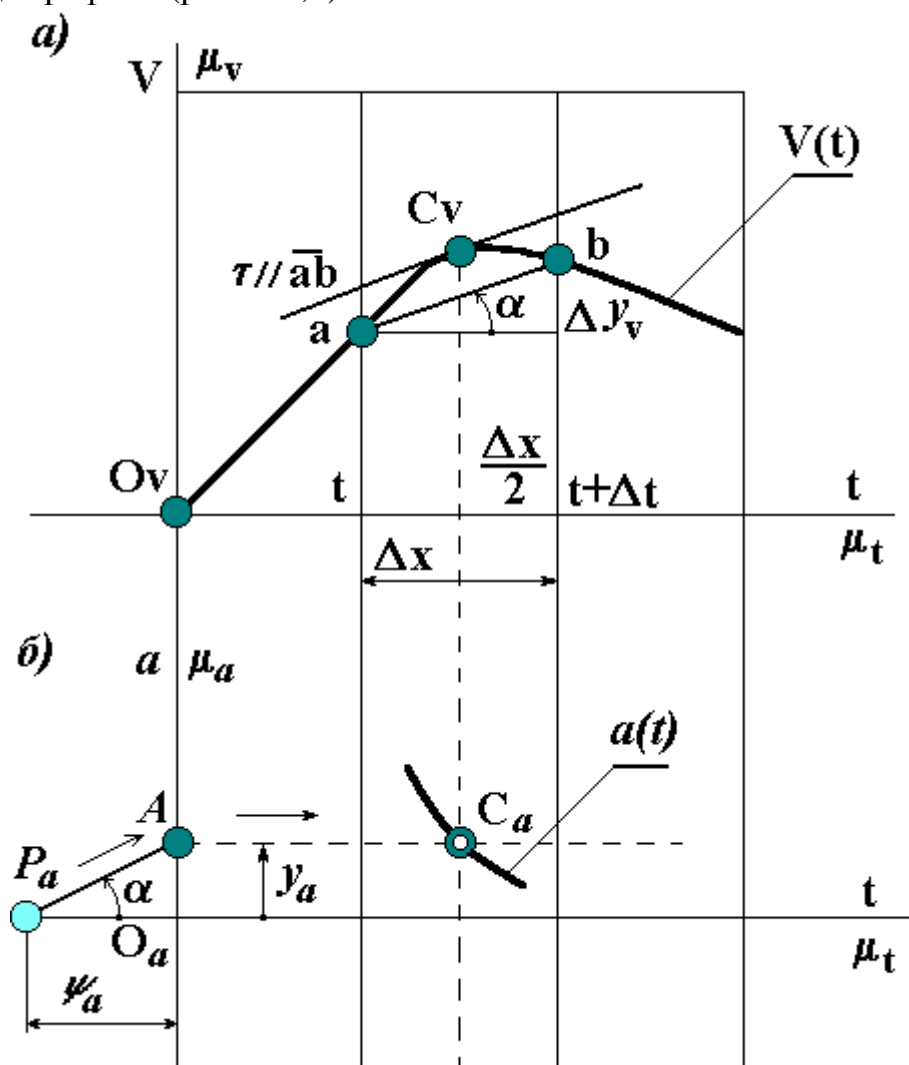


Рис. 2.7. Дифференцирование графиков способом хорд:
а) график функции; б) получение производной функции

Дифференцируя по времени график функции (2.39), получим графическое представление производной функции

$$a = a(t) \quad (2.40)$$

линейного ускорения той же точки механизма в функции времени.

Координатные оси заданного и искомого графиков расположим по рис. 2.39. Оси абсцисс (оси времени t) графиков разобьем на некоторое число равных между собой промежутков. Каждый промежуток обозначим Δx . При этом заданный график $V(t)$ разобьется в направлении оси t . Построенные промежутки (участки) дополнительно разобьем пополам (на рис. 2.7. - пунктирная линия). В точке C_V заданного графика построим касательную t .

Возьмем на кривой (2.7) две точки: точку a - момент времени t и точку b - момент времени $(t + \Delta t)$.

Найдем приращения скорости и времени при движении точки кривой рисунка 2.7 от положения a до положения b :

$$\Delta V = m_V \Delta y_V, \quad \Delta t = m_t \Delta x, \quad (2.41)$$

где m_V, m_t — масштабные коэффициенты осей графика $V(t)$.

Перейдем от приращений к дифференциалам:

$$\Delta V = m_V \Delta y_V, \quad \Delta t = m_t \Delta x, \quad (2.42)$$

Мгновенное ускорение движущейся точки с учетом значений дифференциалов 2.42

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{m_V dy_V}{m_t dx} = \frac{m_V}{m_t} \operatorname{tg} a, \quad (2.43)$$

где a — угол наклона касательной t к оси t (см. геометрический смысл производной).

Среднее ускорение движущейся точки в промежутке Δx за время Δt , с учетом выражений 2.41

$$a_{cp} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{m_V \Delta y_V}{m_t \Delta x} = \frac{m_V}{m_t} \operatorname{tg} a. \quad (2.44)$$

Из сопоставления правых частей выражений (2.43) и (2.44) следует, что среднее ускорение a_{cp} точки в промежутке Δx численно равно мгновенно-

му ускорению a той же точки в середине промежутка Δx : в точке C_V середины промежутка касательная t к кривой $V(t)$ практически параллельна хорде \overline{ab} , стягивающей концы дуги этой кривой, поэтому имеется возможность замены построения мгновенного ускорения точки в середине промежутка (что вызывает определенные трудности) построением ее среднего ускорения в промежутке.

В этом и состоит суть графического дифференцирования способом хорд.

На рис. 2.7, б показано построение только одной точки C_a искомого графика $a = a(t)$. Эта точка лежит в середине промежутка Δx .

По поводу построения точки C_a искомого графика, то к уже изложенному можно добавить следующее:

1. На оси t искомого графика выбирается полюс дифференцирования P_a и строится полюсное расстояние Y_a . Расстояние полюса P_a от начала координат O_a графика влияет только на высоту искомого графика.

2. Из полюса P_a строят отрезок $P_a A$, параллельный хорде ab заданного графика.

3. Из точки A оси ординат проводят прямую параллельно оси t графика. Точка C_a пересечения этой прямой со средней линией промежутка Δx есть точка искомого графика в данном промежутке.

4. Аналогично строятся точки C_a и в остальных промежутках Δx искомого графика.

Кривая, проведенная через построенные точки, есть искомый график $a = a(t)$.

МАСШТАБНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ОСЕЙ ИСКОМОГО ГРАФИКА ПРИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИИ

Масштабный коэффициент m_t оси абсцисс графика выбирается.

Масштабный коэффициент m_a оси ординат графика определяется следующим образом. Из рассмотрения рис. 2.7, б среднее значение ускорения, с учетом (2.44):

$$a_{cp} = m_a y_a = \frac{m_v}{m_t} \operatorname{tg} \alpha = \frac{m_v}{m_t} \frac{y_a}{Y_a},$$

где Y_a — полюсное расстояние, y_a — ордината искомого графика, изображающая среднее значение ускорения.

Сопоставляя выражения слева и справа, найдем масштабный коэффициент оси ординат искомого графика:

$$m_a = \frac{m_V}{m_t y_a}. \quad (2.45)$$

Если дифференцируется график перемещения $S = S(t)$ точки механизма, то масштабный коэффициент оси ординат искомого графика $V = V(t)$ линейной скорости

$$m_V = \frac{m_S}{m_t y_a}. \quad (2.46)$$

Примечание. При дифференцировании графика рекомендуется полюсное расстояние y_a брать одинаковым для всех намеченных промежутков Δx оси абсцисс.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ГРАФИКОВ УРАВНИВАНИЕМ ПЛОЩАДЕЙ

В декартовой системе координат в промежутке Δx оси абсцисс кусок подынтегральной функции $y = f(x)$ и боковые ординаты образуют в общем случае криволинейную трапецию (рис. 2.8,а).

Геометрический смысл определенного интеграла от упомянутой функции - площадь этой криволинейной трапеции. Замена площади данной трапеции площадью равновеликого ей прямоугольника - суть способа интегрирования графиков уравниванием площадей.

На рис. 2.8, а приведен график подынтегральной функции $V = V(t)$ - скорости точки в функции времени. Требуется интегрированием графика $V(t)$ построить график перемещения $S = S(t)$ заданной точки.

Для этого необходимо проделать следующие операции.

1. Разбить ось абсцисс заданного графика $V(t)$ на ряд равных между собой промежутков Δx .
2. На оси t заданного графика отложить полюсное расстояние y_V с полюсом P_V . Длина полюсного расстояния влияет только на высоту искомого графика $S = S(t)$.
3. В промежутке Δx графика $V(t)$ построить прямоугольник с нижним основанием Δx (или промежутком времени Δt), а верхним - отрезком eg . При этом верхнее основание eg строится визуально, но так, чтобы кри-

волинейный Δdfg (отброшенный) был бы равен по площади, насколько это возможно, присоединенному Δcef . В результате такого действия криволинейная трапеция заменяется равновеликим ей прямоугольником.

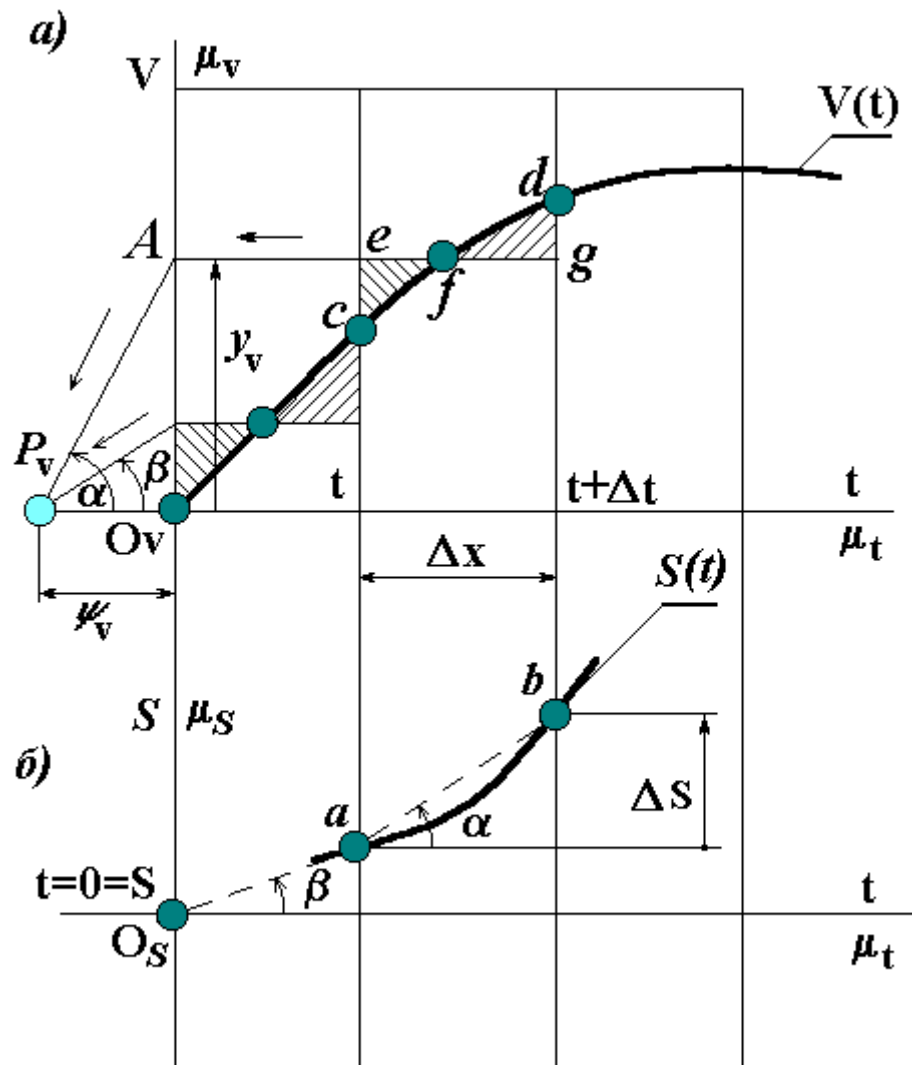


Рис. 2.8. Интегрирование графиков уравниванием площадей:
а) график интегрируемой функции; б) искомая функция

4. Верхнее основание eg прямоугольника спроектировать на ось ординат (точка A). Точку A затем соединить прямой AP_V с полюсом P_V полюсного расстояния Y_V .

5. В выбранном промежутке Δx системы координат $[S, t]$ построить отрезок \overline{ab} , параллельный прямой AP_V . Отрезок \overline{ab} строится из конца отрезка $O_S a$, построенного ранее в предшествующем промежутке. Иными словами, каждая последующая прямая строится из конца предыдущей. Если

принять начальные условия: $t=0=S$, то первый отрезок в первом промежутке оси t искомого графика строится из начала O_S системы координат.

6. Через концы построенных отрезков (точки $O_S, a, b \dots$) провести плавную кривую - график искомой функции $S = S(t)$.

МАСШТАБНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ОСЕЙ ГРАФИКА ПРИ ИНТЕГРИРОВАНИИ

Масштабный коэффициент m_t оси t графиков выбирается.

Масштабный коэффициент m_S оси ординат искомого графика определяется из соотношения (2.46) для масштабного коэффициента m_V при дифференцировании:

$$m_S = m_V m_t y_V. \quad (2.47)$$

Если интегрируется график $a = a(t)$, то масштабный коэффициент m_V оси ординат искомого графика определяют из соотношения (2.46):

$$m_V = m_a m_t y_a. \quad (2.48)$$

Примечание. При изложении способов графического дифференцирования и интегрирования показано построение точек искомых графиков только в одном из промежутков Δx этих графиков. Аналогично ведется построение искомых точек и в остальных промежутках. Количество промежутков $\Delta x \approx 10 \dots 12$.

Глава 3. ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ

Динамикой механической системы называют раздел теории механизмов и машин, изучающий зависимость между механическим движением материальных тел и действующими на них силами.

Механическое движение тела рассматривается в связи с физическими факторами, определяющими характер этого движения. Этим задачи динамики отличаются от задач кинематики, в которых движение рассматривается только с геометрической стороны.

Множество частных задач динамики можно объединить в две основные группы и свести к двум основным задачам.

Первая задача динамики. Известно движение данной системы. Требуется выявить силы, действующие на эту систему.

Вторая задача динамики. Известны силы, действующие на данную систему. Требуется определить характер движения этой системы.

Конкретизируя задачи динамики, можно к сказанному выше добавить, что в разделе "Динамики механизмов" изучаются действия сил в машинах и механизмах, режимы работы машин, регулирование хода машин, уравнивание масс, воздействие машин на раму и фундамент.

Изучение раздела "Динамика механизмов" начнем с рассмотрения сил, т.к. именно действие сил трансформируется в движение звеньев механизма.

3.1. Силы в машине и механизме

Многообразие сил, действующих в машинах и механизмах представим в виде таблицы 3.1, в которой отразим ряд их специфических характеристик.

Таблица 3.1

Классификация сил

Сила		Момент силы	Работа силы	Место приложения
название	обозначение			
Движущая	P	M^P	A^P	Приемник
Полезного сопротивления	Q	M^Q	A^Q	Орудие
Вредного сопротивления	F	M^F	A^F	Кинематическая пара
Нормального давления	R_N	-	-	Кинематическая пара
Веса звена	G	M^G	A^G	Центр тяжести
Инерции звена	Φ	M^Φ	A^Φ	Центр масс

Приемник - ведущее звено механизма. Оно воспринимает на себя действие движущей силы.

Орудие - звено механизма, с которого снимается полезная работа.

ХАРАКТЕРИСТИКА СИЛ

Полезные сопротивления - это усилия, для преодоления которых и предназначается данный механизм.

К **вредным сопротивлениям** будем относить в частном случае силы трения, возникающие в кинематических парах механизма.

Движущие силы вводятся для преодоления сопротивлений, препятствующих движению механизма. Работа, которую они совершают, всегда положительна.

Силы сопротивления - это совокупность сил полезного и вредного сопротивлений. Совершаемая ими работа всегда отрицательна.

Нормальные реакции (R_N) в кинематических парах работы не совершают. Они являются либо внутренними силами, либо внешними силами, приложенными во вращательных парах, расположенных на стойке.

Силы веса звеньев (G) в зависимости от положения механизма могут действовать как движущие силы, либо как силы сопротивления. Как движущие силы они действуют обычно при опускании центров тяжести звеньев и как силы сопротивления - при их подъеме. Действие веса ползуна при перемещении последнего по горизонтальной направляющей равно нулю.

Силы инерции звеньев (Φ) возникают, когда движение звеньев механизма происходит с ускорением. В зависимости от направления действия относительно направления движения силы инерции могут быть как движущими силами, так и силами сопротивлений.

Некоторые из перечисленных сил - постоянны по величине и по направлению. Например, сила веса звеньев.

Силы сопротивления могут быть постоянными (грузоподъемные машины....); зависеть от скорости (вентиляторы.....); зависеть от пути, пройденного рабочим органом (поршневые компрессоры и насосы.....); зависеть от времени (тестомесильные машины.....).

Определению подлежат все силы, возникающие при работе механизма или машины. Знать величину сил необходимо для расчета мощности привода, для расчета на прочность звеньев и кинематических пар, для осуществления мер по обеспечению заданного движения механизма и т.п.

Более подробно остановимся на рассмотрении силы инерции звена.

СИЛА ИНЕРЦИИ ЗВЕНА

Определение. Пусть масса А действует на массу В и сообщает ей ускорение a_B (рис. 3.1). По третьему закону динамики масса В, в свою очередь, будет действовать на массу А. Сила, с которой ускоряемая масса В действует на ускоряющую массу А, называется **силой инерции** массы В.

Сила инерции - это динамическая реакция ускоряемой массы на ускоряющую.

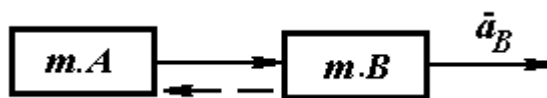


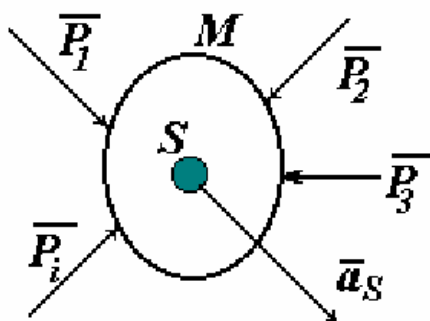
Рис. 3.1. Интерпретация силы инерции

Приложена сила инерции к ускоряющей массе. Силу инерции как скользящий вектор можно (условно) перенести по линии ее действия на ускоряемую массу, на которую в действительности сила инерции не действует. В этом смысле силу инерции иногда называют фиктивной силой.

Если все силы инерции перенести на ускоряемые массы движущейся системы, то эту систему в данный момент времени можно рассматривать как уравновешенную (принцип Даламбера) и составлять для нее расчетные уравнения в форме уравнений равновесия.

Принцип Даламбера положен в основу силового исследования механизмов в движении.

Численное значение и направление. Используем теорему о движении центра масс твердого тела: центр масс твердого тела движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса тела и к которой приложены все внешние силы, действующие на тело.



Предположим, что на звено M (рис. 3.2) действует система внешних сил $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \dots, \overline{P}_i$, и сообщает звену M ускорение. На основании теоремы уравнение движения центра масс S звена M запишется так:

$$m\overline{a}_S = \sum_1^i \overline{P}_i, \quad (3.1)$$

Рис. 3.2. Звено с системой внешних сил

где m — масса звена; \overline{a}_S — ускорение центра масс; $\sum_1^i \overline{P}_i$ — равнодействующая внешних сил.

Запишем уравнение (3.1) в форме уравнения равновесия (только формально, т.к. силы, приложенные к разным телам, не уравновешиваются):

$$\sum_1^i \overline{P}_i - m\overline{a}_S = 0.$$

Слагаемое $(-m\overline{a}_S)$ определяет векторно силу инерции звена M :

$$\Phi = -m\overline{a}_S \rightarrow \{\Phi = m\overline{a}_S; \overline{\Phi} \uparrow \downarrow \overline{a}_S\} \quad (3.2)$$

Соотношение (3.2) справедливо при любом движении звена - поступательном, вращательном, сложно-плоском.

Положение на звене линии действия. Рассматриваем массу звена как совокупность точечных масс. Силы инерции точечных масс звена могут быть

замещены силой и парой сил или только силой, т.е. приведены к главному вектору и главному моменту или только к главному вектору.

Заменим силы инерции точечных масс звена силой и парой сил (общий случай), рис. 3.3.

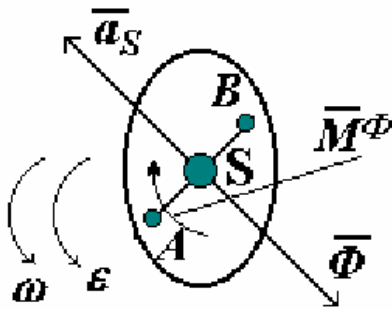


Рис. 3.3. Линия действия силы инерции

При приведении сил инерции точечных масс звена к главному вектору ($\bar{\Phi}$) и главному моменту (\bar{M}^Φ) линия действия главного вектора силы инерции проходит через центр масс S звена. При этом к звену следует приложить главный момент \bar{M}^Φ , направление которого - против направления углового ускорения ϵ звена.

Сила инерции звена и момент определяется из соотношений:

$$\begin{aligned}\bar{\Phi} &= -m\bar{a}_S \\ \bar{M}^\Phi &= -\epsilon J_S\end{aligned}, \quad (3.3)$$

где m — масса звена;

J_S — центральный (собственный) момент инерции массы звена;

ϵ — угловое ускорение звена.

Изложенный способ замещения сил инерций точечных масс звена главным вектором и главным моментом этих сил применим при любом движении звена.

3.2. Режимы движения механизма

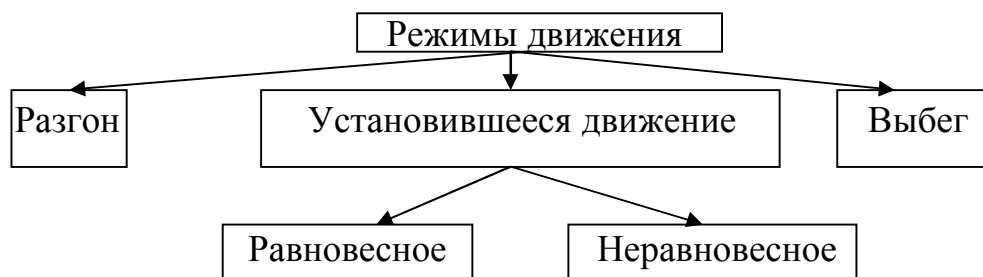


Рис. 3.4. Виды режимов движения

Движение механизма от начала до момента остановки можно представить в виде графика (рис. 3.5).

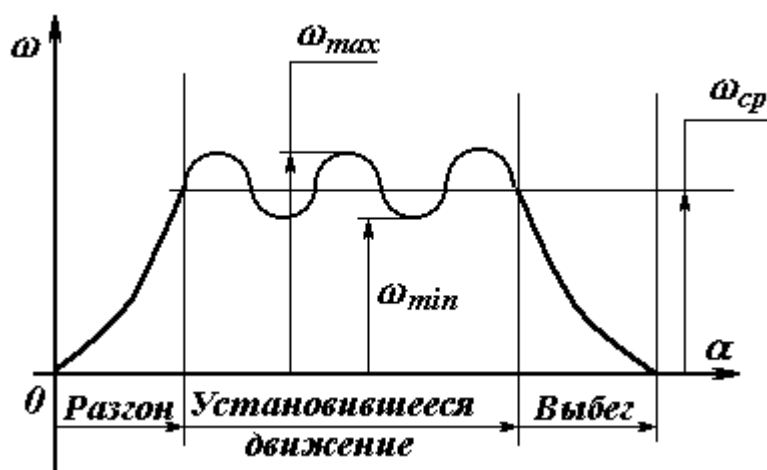


Рис. 3.5. Графическая интерпретация режимов движения

Здесь W — угловая скорость главного вала механизма,
 a — угол его поворота.

За время **разгона** главный вал механизма переходит из состояния покоя во вращение с заданной угловой скоростью.

При **установившемся движении** скорость главного вала может оставаться **постоянной** (равновесное движение) или может колебаться около некоторого ее среднего значения (неравновесное движение).

В **установившемся равновесном движении** ($W = \text{const}$) находятся механизмы, центры тяжести звеньев которых занимают неизменное положение в пространстве (зубчатые и фрикционные передачи с круглыми колесами) и у которых, следовательно, силы веса звеньев не оказывают влияния на движение механизма.

При **установившемся неравновесном движении** через равные промежутки времени (период) повторяются положения звеньев, скорости и ускорения точек, кинетическая энергия механизма.

За время **выбега** движение главного вала механизма изменяется от установившегося до покоя. Движение механизма при выбеге осуществляется за счет кинетической энергии, накопленной механизмом при разгоне. Для сокращения времени выбега используются тормозные устройства (переводят кинетическую энергию в работу сил трения). Сравнительные кинематические и энергетические характеристики режимов приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

Характеристика режимов

Наименование режима	Характеристика режима	
	кинематическая	энергетическая
Разгон	$W_{k+1} > W_k$	$A^P > A^Q + A^F + E$
Установившееся движение	$W_{k+1} = W_k$	$A^P = A^Q + A^F; \Delta E = 0$
Выбег	$W_{k+1} < W_k$	$A^P = 0; A^Q + A^F < E$

Для подавляющего большинства машин основным режимом движения является установившийся, а разгон и выбег имеют место только при пуске и остановке машины. Для таких машин необходимые расчеты производятся по параметрам установившегося движения.

В ряде машин (например, кузнечные молоты) все три режима сопоставимы по времени. При расчете этих машин необходимо рассматривать не только режим установившегося движения, но и режим разгона.

3.3. Замена заданного механизма приведенным

При динамическом исследовании, как уже отмечалось, решаются задачи, относящиеся к движению механизмов под действием приложенных к ним сил. При этом задачу о движении механизма как многозвенной системы целесообразно сводить к задаче о движении одного звена - звена приведения (при условии, что подвижность заданного механизма $W_3 = 1$). Звено приведения в соединении кинематической парой со стойкой и образует *приведенный механизм*.

Для обеспечения адекватности приведенного и заданного механизмов массы всех звеньев заданного механизма замещают условной массой. Эту условную массу либо сосредотачивают в одной точке приведенного механизма, либо распределяют по нему.

Аналогично поступают с силами и моментами сил, приложенными к звеньям заданного механизма, - их замещают одной силой (или моментом сил), приложенной к приведенному механизму.

Процесс замещения масс звеньев заданного механизма и сил, действующих на его звенья, условными массой и силой, называется *приведением масс и сил*.

В качестве приведенного механизма выбирают главный вал заданного. При расчете тормозов массы и силы приводят к тормозному барабану.

После приведения масс и сил рассматривается движение только приведенного механизма, а остальные звенья заданного механизма мысленно отбрасываются.

ПРИВЕДЕНИЕ МАСС И МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ

В качестве приведенного механизма выбран главный вал 1 заданного, (рис.3.6). Обозначим: $J_1^П$ — момент инерции приведенного механизма, $m_1^П$ — точечная масса приведенного механизма, W_1 — угловая скорость приведенного механизма.

Основой приведения масс и моментов инерции является равенство мгновенных значений кинетической энергии, развиваемой приведенной массой и массами приводимыми.

Массы приводятся в точку приведенного механизма (к точечной массе), либо распределяются по приведенному механизму (приводятся к моменту инерции).

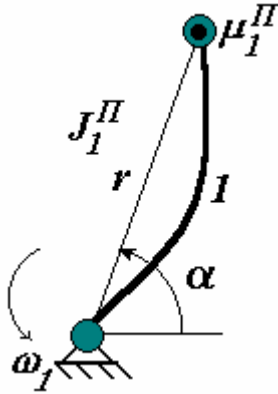


Рис. 3.6. Главный вал механизма

Кинетическая энергия заданного механизма в положении **a** :

$$E = \frac{1}{2} \sum_1^i (m_i V_{Si}^2 + J_{Si} W_i^2). \quad (3.4)$$

Кинетическая энергия приведенного механизма в том же положении:

$$E = \frac{1}{2} J_1^II W_1^2. \quad (3.5)$$

Сопоставляя правые части (3.4) и (3.5), найдем значение момента инерции приведенного механизма:

$$J_1^II = \sum_1^i \left[m_i \left(\frac{V_{Si}}{W_1} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{W_i}{W_1} \right)^2 \right], \quad (3.6)$$

где m_i — масса i — го звена заданного механизма;

J_{Si} — собственный (центральный) момент инерции i — го звена;

V_{Si} — линейная скорость центра масс i — го звена;

W_i — угловая скорость i — го звена;

i — количество подвижных звеньев заданного механизма (в том числе и звена приведения).

В соотношении (3.6) первое слагаемое равно нулю, если центр масс звена лежит на его оси вращения; второе слагаемое равно нулю при поступательном движении звена.

Сомножители $\frac{V_{Si}}{W_1}$ и $\frac{W_i}{W_1}$ не зависят от угловой скорости W_1 приведенного механизма, поэтому от W_1 не зависят не приведенный момент инерции J_1^II , ни приведенная масса m_1^II — они могут быть определены на любом режиме работы механизма.

Приведенный момент инерции и приведенная масса связаны между собой зависимостью:

$$J_1^{\Pi} = m_1^{\Pi} r^2, \quad (3.7)$$

где r — расстояние приведенной массы до оси вращения механизма.

Массы приводят к моменту инерции, если приведенный механизм вращается, и к точечной массе, если он движется поступательно.

ПРИВЕДЕНИЕ СИЛ И МОМЕНТОВ СИЛ

Главный вал 1 заданного механизма выбираем в качестве приведенного, (рис.3.7).

Обозначим:

M_1^{Π} — приведенный момент сил,

P_1^{Π} — приведенная сила,

ω_1 — угловая скорость приведенного механизма.

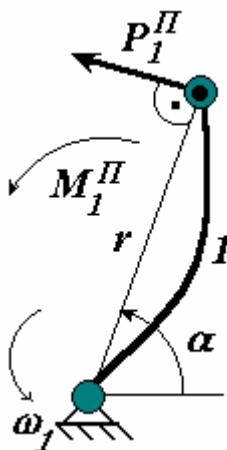


Рис. 3.7. Главный вал механизма в качестве приведенного

Приведение сил и моментов сил осуществляется на основе равенства мгновенных значений мощностей, развиваемых приведенной силой (или моментом) и силами (моментами) приводимыми.

Мощность, развиваемая силами и моментами сил, приложенными к звеньям заданного механизма в положении a :

$$N = \sum_1^i [P_i V_i \cos(P_i \wedge V_i) + M_i \omega_i] \quad (3.8)$$

Мгновенная мощность в выражении через приведенный момент и угловую скорость приведенного механизма:

$$N = M_1^{\Pi} \omega_1. \quad (3.9)$$

Из сравнения между собой правых частей формул (3.8) и (3.9) определяется приведенный момент

$$M_1^{\Pi} = \sum_1^i \left[P_i \frac{V_i}{\omega_1} \cos(P_i \wedge V_i) + M_i \frac{\omega_i}{\omega_1} \right], \quad (3.10)$$

где P_i — равнодействующая сил, приложенных к i -му звену заданного механизма;

V_i — линейная скорость точки приложения равнодействующей P_i ;

W_i — угловая скорость i -ого звена;

i — количество подвижных звеньев заданного механизма (включая и звено приведения).

В соотношении (3.10) сомножители $\frac{V_i}{W_1}$ и $\frac{W_i}{W_1}$ не зависят от угловой

скорости W_1 . Это говорит о том, что ни приведенный момент M_1^P , ни приведенная сила P_1^P не зависят от угловой скорости W_1 приведенного механизма и могут быть определены на любом режиме его работы.

При известном приведенном моменте приведенная сила может быть определена из зависимости:

$$M_1^P = P_1^P r, \quad (3.11)$$

при условии, что \bar{P}_1^P и \bar{r} — взаимно перпендикулярны, (рис.3.7).

Примечание. Приводить можно сразу все силы, приложенные к звеньям заданного механизма, но можно также приводить одну или несколько из них.

ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА

На рис. 3.8 изображены входное (I) и выходное (i) звенья механизма, связанные между собой механически. К выходному звену приложен момент M_i^Q полезного сопротивления. Ставится задача привести этот момент к входному звену 1, т.е. определить M_1^Q .

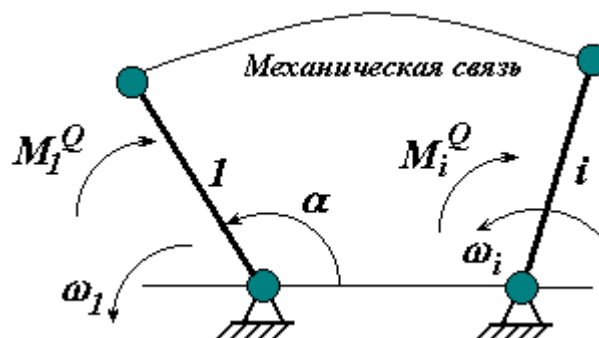


Рис. 3.8. Условная схема механизма к задаче определения приведенного момента

Исходим из равенства мощностей, развиваемых моментами M_i^Q и M_1^Q в заданном положении механизма, т.е.

$$M_1^Q w_1 = M_i^Q w_i.$$

Отсюда - искомый приведенный момент:

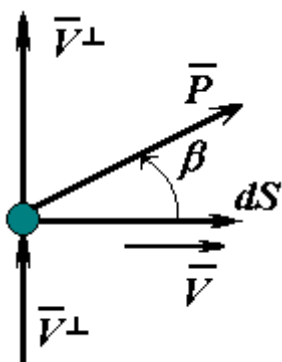
$$M_1^Q = M_i^Q \frac{w_i}{w_1} = M_i^Q i_{i1}, \quad (3.12)$$

где $i_{i1} = \frac{w_i}{w_1}$ — угловое передаточное отношение рассматриваемой схемы в положении a .

3.4. Способ приведения сил (Н.Е. Жуковского)

Достаточно простой и удобный способ приведения сил предложен Н.Е.Жуковским. Способ применим к рычажным механизмам с одной степенью свободы относительно стойки.

Принцип Даламбера в приложении к механическим системам позволяет рассматривать (формально) работающий механизм в состоянии равновесия. В таком состоянии к механизму применим принцип возможных перемещений: *если система с идеальными связями (без трения) находится в равновесии, то сумма работ всех внешних сил на возможных перемещениях системы равна нулю.*



По рис. 3.9 для механической системы можно записать уравнение:

$$\sum P \cdot dS \cdot \cos b = 0, \quad (3.13)$$

где P — внешняя сила; dS — элементарное перемещение точки приложения силы P ; b — угол между направлениями \bar{P} и dS .

Рис. 3.9. Интерпретация принципа Даламбера

Разделим обе части (3.13) на элементарное время dt . Получим равной нулю сумму мощностей всех внешних сил:

$$\sum P \frac{dS}{dt} \cos b = 0$$

или

$$\sum PV \sin(90^\circ - b) = 0. \quad (3.14)$$

Модулю векторного произведения (3.14) можно поставить в соответствие векторное произведение (3.15), если все скорости повернуть на прямой угол в одном направлении (рис. 3.8):

$$\sum \overline{P\vec{V}}^\perp = 0. \quad (3.15)$$

В векторном выражении (3.15) повернутые скорости \overline{V}^\perp аналогичны радиусам-векторам в уравнении моментов.

Используя соотношение (3.15) можно определять неизвестные силы при известных скоростях.

Из изложенного выше следует содержание способа Н. Е. Жуковского: *Если плоский механизм находится в равновесии под действием приложенных к его звеньям внешних сил, включая и силы инерции звеньев, то в равновесии будет находиться и план скоростей механизма под действием тех же сил, перенесенных на этот план в его одноименные точки.*

При этом план скоростей должен быть повернут вокруг полюса на 90° (в любом направлении) и принят за рычаг с точкой опоры в полюсе плана.

Приложение способа Жуковского рассмотрим на примере исследования механизма, кинематическая схема которого приведена на рис. 3.10,а.

Механизм - плоский, 6-звенный. Подвижность механизма $W_3 = 1$. Механизм нагружен плоской системой сил, среди которых полезным сопротивлением является усилие Q , приложенное к ползуну 5.

Требуется определить способом Жуковского момент M_1^P сил движущих (он же - уравновешивающий), приложенный к главному валу 1 механизма (выбран в качестве звена приведения).

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОПЕРАЦИЙ ПРИВЕДЕНИЯ СИЛ

1. Определить и нанести на кинематическую схему все действующие на механизм внешние силы.
2. Построить повернутый на 90° план скоростей для положения **а** механизма (рис. 3.10,б). Повернутый план скоростей называют рычагом Жуковского.
3. На плане скоростей построить скорости точек приложения внешних сил, действующих на звенья механизма.

4. Все силы параллельно самим себе перенести со схемы механизма в одноименные точки повернутого плана скоростей (рис. 3.10, б). Переносу на план скоростей подлежат также и моменты сил, приложенные к звеньям механизма. В рассматриваемом случае такими моментами являются моменты M_i^Φ сил инерции. Однако при переносе на план скоростей указанные моменты сил изменяются численно, а иногда и по направлению.

Моменты, действующие на звенья механизма, условно назовем заданными, а те же моменты сил, но перенесенные на рычаг Жуковского - приведенными. Тогда, чтобы перейти от заданного момента силы к приведенному, достаточно модуль заданного момента умножить на т.н. коэффициент приведения K .

К звеньям механизма (рис. 3.10, а) приложены заданные моменты сил инерции: $M_2^\Phi, M_3^\Phi, M_4^\Phi$; коэффициенты приведения для их переноса на рычаг Жуковского: $K_2 = \frac{ab}{AB}, K_3 = \frac{bf}{BF}, K_4 = \frac{cd}{CD}$. В числителях отношений - отрезки повернутого плана скоростей (в масштабе), к которым "приложены" моменты $M_{2жс}^\Phi, M_{3жс}^\Phi, M_{4жс}^\Phi$; в знаменателях - звенья механизма (в натуральную величину), на которые действуют моменты $M_2^\Phi, M_3^\Phi, M_4^\Phi$.

Таким образом, моменты сил, принадлежащие рычагу Жуковского (с подстрочным индексом "ж"):

$$M_{2жс}^\Phi = K_2 M_2^\Phi; M_{3жс}^\Phi = K_3 M_3^\Phi; M_{4жс}^\Phi = K_4 M_4^\Phi.$$

Для определения направления этих моментов на рычаге Жуковского следует смотреть направленность "попарно" отрезков, которые определяют коэффициенты приведения K_2, K_3, K_4 . Так, например, направленность отрезков ab плана скоростей AB схемы механизма одинакова. Поэтому момент M_2^Φ переносится на рычаг Жуковского без изменения направления. Направленность отрезков bf и BF совпадают. Момент M_3^Φ переносится на рычаг Жуковского также без изменения направления. Направленность отрезков cd и CD не совпадает, поэтому направление M_4^Φ при переносе его на рычаг Жуковского меняется на противоположное.

5. Наметить плечи перенесенных на рычаг Жуковского сил относительно полюса PP_V^\perp .

6. За звено приведения (приведенный механизм) и точку приведения на нем выбираем соответственно звено 1 и шарнир А заданного механизма.

Строим в нем усилие $\bar{T} \perp OA$. В соответствии с этим в точке a рычага Жуковского строим усилие $\bar{T} \perp Oa$. Направление \bar{T} принимаем произвольно, например, по часовой стрелке.

7. Составить сумму моментов всех сил относительно полюса плана скоростей Π_V^\perp и приравнять ее к нулю. Условно примем, что моменты сил, направленные по часовой стрелке, положительны. Плечи снимать с построений и в натуральную величину не переводить.

Итак, уравнение моментов:

$$T|\bar{V}_A^\perp| + G_3 h_3 + G_4 h_4 + G_5 |\bar{V}_A^\perp| - G_1 h_1 - G_2 h_2 - \Phi_2 H_2 - \Phi_3 H_3 - \Phi_4 H_4 - \Phi_5 |\bar{V}_D^\perp| + M_{3жс}^\Phi - M_{2жс}^\Phi - M_{4жс}^\Phi = 0 \quad (3.16)$$

8. Полученное уравнение решить относительно T . Если результат решения будет иметь знак плюс, то $T = P_1^y$ — удерживающая механизм в равновесии сила; если же результат будет со знаком минус, то $T = P_1^c$ — приведенная сила (сила сопротивления). При этом векторно:

$$\bar{P}_1^y = -\bar{P}_1^c. \quad (3.17)$$

9. Вычислить момент сил движущих, приложенный к приведенному механизму (главному валу 1). Так как $P_1^y \perp OA$, то

$$M_1^P = P_1^y OA. \quad (3.18)$$

Направление момента M_1^P определяется направлением силы P_1^y , перенесенной с рычага Жуковского в точку А приведенного механизма.

Моменту M_1^P приписывается знак плюс, если его направление совпадает с направлением угловой скорости W_1 приведенного механизма. При несовпадении с направлением W_1 момент M_1^P имеет знак минус.

Примечание. Если угловая скорость приведенного механизма $W_1 = const$, то M_1^P будет тем моментом, который необходим для обеспечения равномерного вращения приведенного механизма.

СВОЙСТВА РЫЧАГА ЖУКОВСКОГО

1. Силы, взаимно уравновешивающиеся на механизме (нормальные давления в шарнирах О, А, В, С, D, F), взаимно уравновесятся и на рычаге

Жуковского. Такие силы способом Жуковского определить нельзя - они определяются путем силового анализа групп Ассура.

2. Результат расчета при приведении сил способом Жуковского не зависит от масштаба повернутого плана скоростей, поэтому рычаг Жуковского (повернутый план скоростей) строится в произвольном удобном для расчета масштабе.

Вернемся вновь к приведению сил способом Жуковского и поясним образование коэффициента приведения K при переносе момента силы со схемы механизма на рычаг Жуковского.

На рис. 3.11, *а* изображено звено АВ механизма в натуральную величину. К звену приложен момент силы M_2 .

На рис. 3.11, *б* построен повернутый на 90° план скоростей звена АВ.

Заменим на звене АВ момент M_2 парой сил R_A, R_B с плечом АВ (векторы сил перпендикулярны АВ).

Значение сил:

$$R_A = R_B = \frac{M_{2жс}}{AB}. \quad (3.19)$$

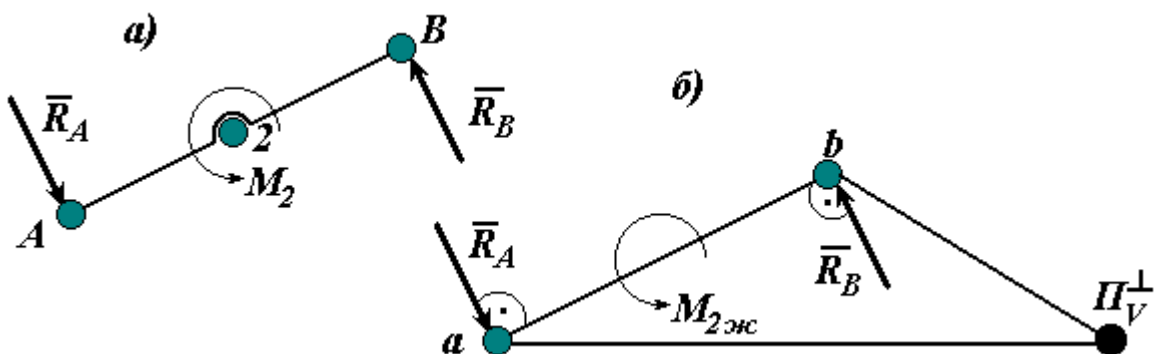


Рис. 3.11. Приведение сил способом Жуковского:
а) звено с приложенным моментом; б) план скоростей, повернутый на 90°

При приведении сил способом Жуковского эти силы переносятся на повернутый план скоростей (рис. 3.10, б). При этом усилия R_A, R_B , независимо от того, приложены они к звену механизма или к рычагу Жуковского, не изменяют своей величины, направления и положения линии действия. На рычаге Жуковского

$$R_A = R_B = \frac{M_{2жс}}{ab}, \quad (3.20)$$

где ab — отрезок плана скоростей в принятом масштабе.

Из сравнения правых частей (3.19) и (3.20):

$$\frac{M_2}{AB} = \frac{M_{2жс}}{ab},$$

находим коэффициент приведения $K_2 : M_{2жс} = M_2 \frac{ab}{AB} = M_2 K_2$. (3.21)

3.5. Дифференциальное уравнение движения приведенного механизма

Уравнением движения механизма называют аналитическую зависимость между силами, действующими на звенья механизма и параметрами движения звеньев.

Уравнение движения выражает связь работы сил, приложенных к звеньям и кинетической энергией звеньев.

Заданный (реальный) многозвенный механизм может быть заменен приведенным. После того, как силы и массы приведены, для исследования движения приведенного механизма целесообразно уравнение кинетической энергии представлять в дифференциальной форме.

Конечным результатом исследования является определение зависимостей:

$$a = a(t), w_1 = w_1(t), e_1 = e_1(t) \quad (3.22)$$

при вращательном движении приведенного механизма и

$$S = S(t), V = V(t), a = a(t), \quad (3.23)$$

если приведенный механизм совершает поступательное движение.

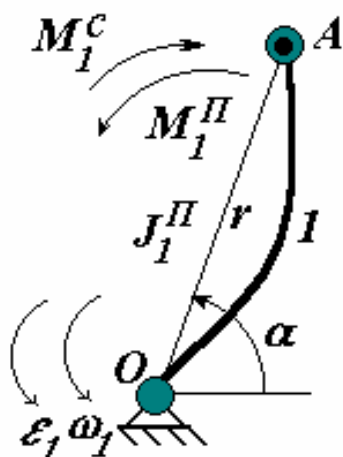
Рассматриваем случай, когда в качестве приведенного механизма принят главный вал заданного (рис.3.12).

Пусть M_1^P — приведенный момент сил движущих, M_1^c — приведенный момент сил сопротивления. Тогда разность

$$M_1^P - M_1^c = M_1^u \quad (3.24)$$

равна избыточному моменту, приложенному к приведенному механизму.

Работа избыточного момента затрачивается на изменение кинетической энергии механизма:



$$M_1^u da = dE, \quad (3.25)$$

где a — обобщенная координата.

Из формулы (3.25):

$$M_1^u = \frac{dE}{da}. \quad (3.26)$$

Мгновенное значение кинетической энергии механизма в положении a :

Рис. 3.12. Приведенный механизм

$$E = \frac{1}{2} J_1^П w_1^2, \quad (3.27)$$

где $J_1^П = J_1^П(a)$ — момент инерции, а w_1 — угловая скорость приведенного механизма.

Подставим значение E в формулу (3.26);

$$M_1^u = \frac{d}{da} \left(\frac{1}{2} J_1^П w_1^2 \right) \quad (3.28)$$

После дифференцирования по a и преобразований, выражение (3.28) приводится к виду:

$$M_1^u = e_1 J_1^П + \frac{w_1^2}{2} \frac{d}{da} (J_1^П). \quad (3.29)$$

где e_1 — угловое ускорение приведенного механизма.

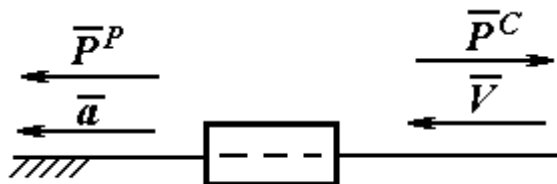


Рис. 3.13. Ползун со стойкой в качестве приведенного механизма

Если же в качестве приведенного механизма выбран ползун в соединении со стойкой (рис. 3.13), то дифференциальное уравнение приведенного механизма имеет вид:

$$P^u = am + \frac{V^2}{2} \frac{d}{dS}(m), \quad (3.30)$$

где $P^u = P^P - P^c$ — избыточная сила, действующая на ползун (вызывает изменение кинетической энергии механизма;

$m = m(S)$ — приведенная масса (S - обобщенная координата для ползуна);

V, a — скорость и ускорение ползуна в заданном положении.

Дифференциальное уравнение (3.29) имеет форму уравнения моментов, а уравнение (3.30) — форму уравнения сил.

Упомянутые дифференциальные уравнения находят применение при изучении движения во время разгона и выбега, а также при исследовании установившегося неравновесного движения заданного механизма.

3.6. Неравномерность движения приведенного механизма

В реальных машинах и механизмах соответствие между движущей силой и силами сопротивления часто нарушается. Это вызывает колебания угловой скорости главного вала механизма, а следовательно, и нарушение режима движения звеньев машины или механизма в целом. При этом наряду с силами сопротивления важнейшую роль играют инерционные нагрузки, связанные с массами механизма и их распределением.

При изучении неравномерности движения заданного механизма, следуя рекомендациям параграфа 3.3, заменим заданный механизм приведенным, в качестве которого выберем главный вал 1 заданного механизма. Тогда параметрами движения приведенного механизма будут W_1, e_1 — угловые скорость и ускорение, а силовыми и динамическими факторами J_1^P, M_1^P, P_1^P — приведенный момент инерции, приведенный момент сил и приведенная сила соответственно.

В зависимости от направления действия приведенный момент M_1^P может выполнять функции движущего (при равномерном вращении) и момента сопротивления. Аналогично приведенная сила P_1^P может быть движущей силой и силой сопротивления.

Приведенный момент M_1^P является движущим и обозначается M_1^P , если имеет знак плюс. Приведенный момент M_1^P со знаком минус является моментом сопротивления и обозначается M_1^c .

Мощность сил и моментов, как и их работа, может относиться по своему действию к мощности движущей и мощности сопротивления. Движущей мощности приписывают знак плюс, а мощности сопротивления — знак минус.

Необходимо поэтому отметить, что при составлении зависимости (3.8) должен учитываться знак мощностей слагаемых как между квадратными скобками, так и внутри их.

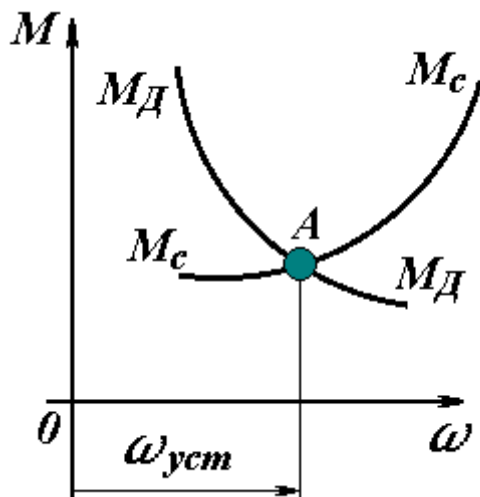
УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ ПРИВЕДЕННОГО МЕХАНИЗМА ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ

Пусть нам известны:

- а) механические характеристики двигателя - $M_\delta(w)$ и рабочей машины - $M_c(w)$, приводимой в движение этим двигателем;
- б) момент инерции или масса приведенного механизма.

Возьмем прямоугольную систему координат $[M, w]$, где M — моменты сил, приложенные к приведенному механизму, w — угловая скорость механизма.

Характеристика двигателя на рис. 3.14 изображена нисходящей кривой $M_\delta - M_\delta$, а характеристика рабочей машины - восходящей кривой $M_c - M_c$, где M_c — момент сопротивления. Ординатами кривой $M_\delta - M_\delta$ определяются движущие моменты, а ординатами кривой $M_c - M_c$ — моменты сил сопротивления.



Точка A пересечения кривых соответствует условию $M_\delta = M_c$. Абсцисса точки A графика определяет установившуюся угловую скорость $\omega_{уст}$ этого движения.

Рис. 3.14. Характеристики двигателя и рабочей машины

ЦИКЛЫ В ДВИЖЕНИИ МЕХАНИЗМА

Повторение состояний механической системы, происходящее в определенной последовательности, называется **циклом**. Время цикла называют **периодом**. Имеется несколько различных по характеру циклов:

- у рабочей машины последовательность операций технологического процесса образует **производственный** цикл;
- у двигателя внутреннего сгорания последовательность состояний в камере сгорания составляет **термодинамический** цикл;
- смену положений механизма, в результате которой звенья механизма занимают первоначальное положение в пространстве, называют **геометрическим** циклом.

Протяженность цикла в пространстве измеряется протяженностью перемещения звеньев механизма. Так, у 4-тактного двигателя внутреннего сгорания протяженность цикла равна двум оборотам коленчатого вала, у 2-тактного - одному обороту. Длительность цикла во времени, как уже было отмечено, составляет его период.

ХАРАКТЕР КОЛЕБАНИЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПРИВЕДЕННОГО МЕХАНИЗМА

Ранее отмечалось, что в реальных механизмах соотношение между движущей силой и силами сопротивления при установившемся движении часто нарушено. Это обстоятельство приводит к появлению колебаний угловой скорости приведенного механизма.

Возникающие колебания бывают двух типов: **непериодические** и **периодические**.

Непериодические колебания угловой скорости приведенного механизма чаще всего возникают из-за изменения в силу каких-то причин величины полезного сопротивления, приложенного к рабочему органу машины.

Причиной возникновения **периодических** колебаний угловой скорости приведенного механизма является периодическое изменение величины момента инерции машины, приведенного на ее главный вал, или, что тоже самое, - момента инерции приведенного механизма.

Периодические колебания угловой скорости звеньев свойственны как машинам - двигателям, так и рабочим машинам. Последние приводятся в движение электродвигателями.

Периодическая неравномерность вращения характеризуется тем, что угловая скорость приведенного механизма при установившемся движении переменна. Она изменяется внутри цикла периодически, колеблясь между максимальным (W_{\max}) и минимальным (W_{\min}) ее значениями (рис. 3.5). В зависимости от структуры машины и выполняемых ею производственных функций допустимы различные пределы колебаний угловой скорости приведенного механизма. Эти пределы **называются коэффициентом периодической неравномерности** работы машины:

$$d = \frac{W_{\max} - W_{\min}}{W_{cp}}, \quad (3.31)$$

где $W_{cp} = \frac{p \cdot n_{cp}}{30}$.

Для упрощения расчетов обычно принимают

$$W_{cp} = \frac{W_{\max} + W_{\min}}{2}. \quad (3.32)$$

Изменение угловой скорости внутри периода (цикла) происходит по кривым синусоидального типа (рис. 3.5). Поэтому W_{cp} , найденная по формуле (3.32), близка к действительности.

Из соотношений (3.31) и (3.32) находим

$$W_{\max} - W_{\min} = d \cdot W_{cp}; \quad W_{\max} + W_{\min} = 2W_{cp}. \quad (3.33)$$

Решая совместно эти выражения, получим

$$W_{\max} \cong W_{cp} \left(1 + \frac{d}{2}\right), \quad W_{\min} \cong W_{cp} \left(1 - \frac{d}{2}\right). \quad (3.34)$$

Коэффициент d периодической неравномерности движения учитывает лишь относительное изменение угловой скорости, но не определяет характера движения самой машины. Соотношения (3.31), (3.32) и (3.34) относятся к случаю, когда движение приведенного механизма - вращательное. При поступательном движении угловые скорости в указанных соотношениях следует заменить соответствующими линейными скоростями возвратно-поступательного движения.

Неравномерность движения машины вызывается двумя причинами:

1. Несовпадением кривых изменения приведенных моментов сил движущих и сил сопротивления внутри периода (цикла).
2. Непостоянством момента инерции приведенного механизма.

Задача регулирования движения машины в соответствии с указанными причинами неравномерности хода может решаться в двух направлениях:

1. Приближением друг к другу кривых изменения приведенного момента движущей силы и приведенного момента силы сопротивления.
2. Установкой дополнительно (маховой) массы. При этом предполагается, что приемлемый коэффициент неравномерности движения задан.

СВЯЗЬ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕРАВНОМЕРНОСТИ И МОМЕНТОМ ИНЕРЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ МАССЫ

Запишем уравнение движения машины в форме уравнения работ для промежутка времени, в течение которого угловая скорость приведенного механизма изменяется от W_{\min} до W_{\max} :

$$A^P - (A^Q + A^F) = E_2 - E_1, \quad (3.35)$$

где E_2 — кинетическая энергия в положении при W_{\max} ;

E_1 — кинетическая энергия в положении при W_{\min} ;

$A^Q + A^F = A^C$ — работа сопротивлений (полезного A^Q и вредного A^F).

Кинетическая энергия механизма равна сумме кинетических энергий его звеньев. При наличии в механизме дополнительной массы в виде маховика кинетическая энергия последнего составляет примерно 90% всей кинетической энергии механизма. Примем (в первом приближении), что вся кинетическая энергия механизма сосредоточена в маховике. Тогда уравнение движения (3.35) принимает вид:

$$A^P - A^C = E_{\max} - E_{\min} = \frac{1}{2} J_M W_{\max}^2 - \frac{1}{2} J_M W_{\min}^2,$$

где J_M — момент инерции дополнительной массы.

Разность работ движущих сил P и сил сопротивления C есть избыточная работа $A^{изб}$. С учетом этого замечания, уравнение движения запишется так:

$$A_{\max}^{изб} = \frac{1}{2} J_M (W_{\max}^2 - W_{\min}^2). \quad (3.36)$$

Преобразуем выражение в скобках. В результате преобразования уравнение движения (3.36) приводится к виду:

$$J_M = \frac{A_{\max}^{изб}}{d \cdot W_{cp}^2}. \quad (3.37)$$

Соотношение (3.37) выражает искомую связь между моментом инерции дополнительной массы (J_M) и коэффициентом периодической неравномерности (d) - обратная зависимость.

Если ставится задача по определению дополнительной массы, при которой неравномерность хода приведенного механизма не превышала бы значения, ограниченного коэффициентом d , то для этого, как следует из (3.37) достаточно рассчитать наибольшую избыточную работу $A_{\max}^{изб}$. При этом коэффициент неравномерности движения должен быть задан, а средняя угловая скорость приведенного механизма определяется из формулы:

$$w_{cp} = \frac{P \cdot n_{cp}}{30}, \quad (3.38)$$

где n_{cp} — средняя частота вращения главного вала машины.

3.7. определение избыточной работы

Вся трудность расчета момента инерции дополнительной массы (маховика) заключается в определении избыточной работы. При расчете $A_{\max}^{изб}$ имеют место три случая.

1. Силы сопротивления постоянны, периодически изменяются движущие силы.

В обозначениях к рычагу Жуковского этот случай записывается так:

$$P_1^c = const; P_1^P \neq const.$$

2. Движущая сила постоянна, периодически изменяются силы сопротивления, т.е. $P_1^P = const; P_1^c \neq const$.

3. Периодически изменяются и движущая сила и силы сопротивлений: $P_1^c \neq const; P_1^P \neq const$.

Случай расчета при постоянных сопротивлениях называется расчетом маховика машины-двигателя.

Случай расчета при постоянной движущей силе называется расчетом маховика рабочей машины или машины-орудия.

Для третьего случая (переменны и движущая сила и силы сопротивлений) сначала определяют избыточную работу и момент инерции дополнительной массы при постоянной движущей силе, а затем - при постоянных со-

противлениях. Моменты инерции дополнительных масс складывают и изгибают одну дополнительную массу (маховик).

ИЗБЫТОЧНАЯ РАБОТА МАШИНЫ-ДВИГАТЕЛЯ

Из уравнения движения машины

$$A^P - A^C = A^{изб}$$

следует, что для уменьшения колебаний скоростей движущихся частей машины необходимо приближать избыточную работу $A^{изб}$ к нулю. Этому приближения можно достичь тремя способами:

- изменением величины работы сил движущих $- A^P$,
- изменением величины работы сил сопротивления $- A^C$,
- изменением одновременно величины работ сил движущих и сил сопротивления.

Из перечисленных способов регулирования скорости приведенного механизма целесообразен только последний - за счет воздействия на разность работ сил движущих и сил сопротивления.

При установившемся неравновесном движении имеют место частота и амплитуда колебаний скорости приведенного механизма. Коэффициент d неравномерности движения ограничивает только амплитуду (W_{max}, W_{min}) колебаний скорости, на частоту колебаний он не влияет.

Для определения избыточной работы $A^{изб}$, которая, как помним, и вызывает периодические колебания угловой скорости W_1 приведенного механизма (главного вала машины), рассчитываются значения приведенного к главному валу 1 момента M_1^P сил, действующих на звенья механизма. Рекомендуемый способ расчета моментов - рычаг Жуковского. Затем строится график $M_1^P(a)$ этого момента. Такой график построен в координатных осях $[M, a]$ на рис. 3.14, б. График построен применительно к ползунно-кривошипному механизму двигателя внутреннего сгорания (ДВС), рис. 3.14, а.

Двигатель - четырехтактный. Цикл его работы соответствует двум оборотам кривошипа ОА (коленчатого, главного вала) или углу поворота $a = 4p$. При этом на углах поворота кривошипа, каждый из которых равен p , осуществляются следующие такты работы двигателя: всасывание, сжатие, рабочий ход, выхлоп. Каждый такт характеризуется следующими нагрузками:

Всасывание - только инерционные нагрузки

$$\Phi_1 = (m_1 + \frac{1}{3}m_2) \cdot a_A, \text{ кгс} - \text{сила инерции кривошипа ОА}, \quad (3.39)$$

$$\Phi_3 = (m_3 + \frac{2}{3}m_2) \cdot a_B, \text{ кгс} - \text{сила инерции поступательных масс}. \quad (3.40)$$

Сжатие - только инерционные нагрузки. Формулы для их определения см. такт "Всасывание".

Рабочий ход. Движущее усилие и инерционные нагрузки. Движущее усилие (сила взрыва газовой смеси):

$$P = p \cdot S, \text{ кгс} \quad (3.41)$$

где p — кгс/см², удельное давление на ползун (поршень),

S — см², площадь днища ползуна.

Инерционные нагрузки см. выше.

Выхлоп. Только инерционные нагрузки.

В приведенных соотношениях:

m_1, m_2, m_3 — массы кривошипа, шатуна и ползуна соответственно.

Масса m_2 шатуна распределена между кривошипом и ползуном в отношении 1/3 и 2/3.

a_A, a_B — ускорения точек А кривошипа и В ползуна.

Движущее усилие P и инерционные нагрузки Φ_1, Φ_3 приводятся на главный (коленчатый) вал 1 двигателя с учетом их знаков: нагрузки со знаком плюс способствуют движению механизма; нагрузки со знаком минус препятствуют его движению.

Рис.3.14

Мощности, развиваемые нагрузками:
движущей силой $N^P = P \cdot V_B$, (3.42)

где V_B — скорость ползуна (поступательных масс),
силой инерции $N^\Phi = \pm \Phi_3 \cdot V_B$. (3.43)

Приведенная мощность

$$N_1^{\Pi} = N^P \pm N^\Phi. \quad (3.44)$$

В приведенную мощность (3.44) не входит инерционная нагрузка Φ_1 . Сила инерции Φ_1 при установившемся движении механизма направлена по кривошипу ОА и не оказывает влияния на величину приведенного крутящего момента M_1^{Π} .

Определив по соотношению (3.44) мгновенные мощности N_1^{Π} для 24-х положений механизма ($a = 0^\circ \dots 720^\circ$ через 30° поворота), находят для тех же положений механизма значения приведенных крутящих моментов M_1^{Π} из условия (3.10):

$$M_1^{\Pi} \cdot w_1 = N_1^{\Pi}.$$

Отсюда

$$M_1^{\Pi} = \frac{N_1^{\Pi}}{w_1}. \quad (3.45)$$

После определения значений моментов M_1^{Π} выбираются масштабные коэффициенты m_M, m_a и строится в координатных осях $[M, a]$ упоминавшийся ранее график $M_1^{\Pi}(a)$, рис. 3.14.

Следующим шагом в определении избыточной работы $A^{изб}$ является расчет момента M_1^c - приведенного момента сил сопротивления, а затем - построение в тех же координатных осях графика $M_1^c(a)$. Приведенный момент M_1^c сил сопротивлений рассматривается для ДВС как величина постоянная и определяется из условия равенства работ сил движущих и сил сопротивления в пределах цикла. Его график имеет вид прямой линии, параллельной оси абсцисс a . Для построения этой прямой необходимо знать ординату графика $M_1^c(a)$.

Как известно, работа на графике $M(a)$ изображается площадями, заключенными между кривой момента и осью абсцисс.

На графике $M_1^{\Pi}(a)$ (рис. 3.14,б), упомянутые площади обозначены (с учетом знака): $-F_1, F_2, -F_3, F_4, -F_5, F_6$ (для ориентации заштрихованы только площади F_1 и F_2). Площади, расположенные над осью a , изображают движущую работу и имеют знак плюс, под осью a - работу сил сопротивления (со знаком минус). Далее следует найти алгебраическую сумму этих площадей, используя, например, графический метод Симпсона, т.е. найти $\sum_1^6 F_i$.

Так как работа сил сопротивления (A^c) - постоянна по условию, то на графике $M(a)$ она изображается площадью прямоугольника, высота которого является искомой ординатой графика $M_1^c(a)$. Высота прямоугольника равна частному от деления площади $\sum_1^6 F_i$ на длину оси a графика $M_1^{\Pi}(a)$.

График $M_1^c(a)$ приведенного момента сил сопротивления изображен на рис. 3.14,б в виде пунктирной линии, параллельной оси a . Он имеет по оси ординат тот же масштабный коэффициент m_M , что и график $M_1^{\Pi}(a)$.

Очередной и последний шаг при определении $A^{изб}$ заключается в следующем.

1. Переходят от графика моментов $M_1^{\Pi}(a)$ к графику $T_A(S_A)$ - приведенного касательного усилия $\bar{T}_A \perp OA$ в функции перемещения точки А кривошипа (приведенного механизма) за время цикла (периода).

Касательное усилие определяется из соотношения:

$$T_A = \frac{M_1^{\Pi}}{OA}, \quad (3.46)$$

где OA - натуральное значение кривошипа OA ,

M_1^{Π} - натуральное значение крутящего момента в рассматриваемом положении механизма.

Так как в (3.46) приведенный момент M_1^{Π} делится на постоянную величину OA , то кривая изменения касательного усилия T_A совпадает с кривой изменения приведенного момента M_1^{Π} . Пунктирная линия на графике $M_1^{\Pi}(a)$, рис. 3.14,б, изображает усилие T_A^{cp} в функции a , т.е. $T_A^{cp}(a)$.

2. Рассматривают указанную пунктирную линию $T_A^{cp}(a)$ на протяжении графика как путь, пройденный точкой А кривошипа за время цикла, обозначая этот путь S_A .

Длина этого пути:

$$S_A = 4 \cdot p \cdot OA. \quad (3.47)$$

3. Рассматривают масштабные коэффициенты для касательного усилия T_A и пути S_A :

$$m_T = \frac{T_{Ai}}{|\overline{T}_{Ai}|}, \quad (3.48)$$

$$m_S = \frac{4 \cdot p \cdot OA}{|\overline{S}_A|}. \quad (3.49)$$

В соотношениях (3.48) и (3.49):

$T_{Ai}, |\overline{T}_{Ai}|$ — натуральное значение касательного усилия T_A в i -ом положении механизма и длина изображающего его отрезка соответственно;

$|\overline{S}_A|$ — длина отрезка, изображающего путь S_A на графике $M_1^{\Pi}(a)$ в пределах поворота кривошипа OA от $\alpha=0^\circ$ до $\alpha=720^\circ$ (длина двух окружностей, описываемых точкой А кривошипа).

4. График $T_A(a)$, или что то же $M_1^{\Pi}(a)$, разделяется прямой S_A на две части (по высоте): ряд площадей, ограниченных кривой $T_A(a)$, располагается выше прямой S_A , ряд - ниже прямой S_A . На рис. 3.14,б эти площади обозначены слева направо как $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$. Площади выше прямой S_A имеют знак плюс, а ниже прямой S_A - знак минус. Графически определяется с учетом знака величина этих площадей. Для ориентации заштрихованы площади f_4, f_6 .

5. Каждую из найденных площадей рассматривают как направленный отрезок, из которых строят фигуру, на рис. 3.14,в. Первым непосредственно от прямой S_A откладывается отрезок f_1 . Отрезки со знаком минус откладываются вниз, со знаком плюс - вверх, но не от прямой S_A , а из конца предыдущего отрезка. Последний отрезок (на рис. 3.14 - отрезок f_6) своим концом касается прямой S_A - при правильном построении фигуры.

Наибольший отрезок, измеренный от оси S_A , изображает наибольшую площадь $f_{\max}^{изб}$.

6. Рассчитывают избыточную искомую работу $A_{\max}^{изб}$ по выражению:

$$A_{\max}^{изб} = f_{\max}^{изб} \cdot m_A, \quad (3.50)$$

где $m_A = m_T \cdot m_S$ — масштабный коэффициент работы касательного усилия T_A на перемещении S_A .

Этим заканчивается расчет избыточной работы $A_{\max}^{изб}$ для машины-двигателя.

Отметим еще раз, что абсолютной равномерности движения при неизбежных нарушениях равенства работ сил движущих и сил сопротивлений достичь нельзя. Поэтому колебания угловой скорости приведенного механизма неизбежны. Однако, эти колебания не должны превышать величины, соответствующей технологическим условиям работы машины и ограниченной коэффициентом d неравномерности движения.

Было также отмечено, что регулирование периодической неравномерности при установившемся движении механизма осуществляется подбором масс его звеньев, а точнее — установкой дополнительных масс, называемых маховыми, или короче — маховиком.

Масса маховика подбирается таким образом, чтобы она могла аккумулировать все приращение кинетической энергии при превышении работы сил движущих над силами сопротивления. Эта аккумулированная маховиком кинетическая энергия "отдается" механизму, когда работа сил сопротивления начинает превышать работу движущих сил. В результате вращение приведенного механизма выравнивается, неравномерность вращения d не превышает допустимого значения.

МАХОВИК МАШИНЫ-ДВИГАТЕЛЯ

Маховик автомобильного двигателя внутреннего сгорания должен быть достаточно большим, чтобы обеспечить устойчивую работу двигателя на холостых оборотах и сравнительно легкий его запуск. Однако, слишком тяжелый маховик увеличивает время разгона автомобиля.

Маховик тракторного двигателя внутреннего сгорания должен развивать кинетическую энергию, достаточную для обеспечения трогания трактора вместе с прицепом из состояния покоя и разгона его до номинальной скорости движения.

Момент инерции J_M маховика рассчитывается по методу касательных усилий по соотношению (3.37).

0	ВСАСЫВАНИЕ 0-6 $\alpha - 0^\circ - 180^\circ$	СЖАТИЕ 6 - 12 $\alpha - 180^\circ - 360^\circ$	РАБОЧИЙ ХОД 12-18 $\alpha - 360^\circ - 540^\circ$	ВЫХЛОП 18 - 24 $\alpha - 540^\circ - 720^\circ$	4π
---	--	---	---	--	--------

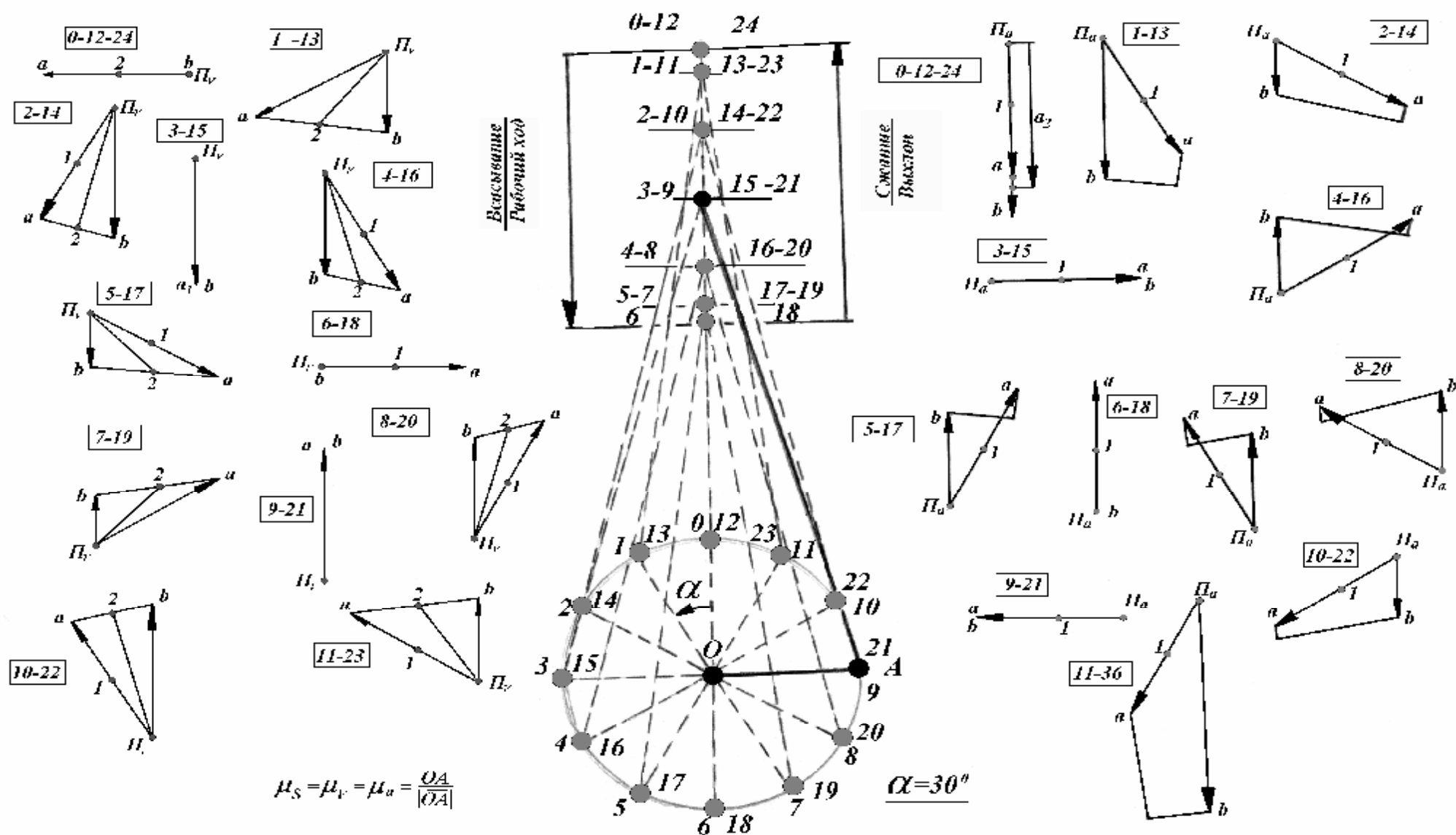


Рис.3.20

Определение избыточной работы $A_{\max}^{изб}$ изложено в предыдущем параграфе. Коэффициент d неравномерности вращения для двигателей внутреннего сгорания принимаются равными 1/80.....1/150. Среднюю угловую скорость W_{cp} приведенного механизма находят по формуле (3.38). Размеры маховика при одном и том же его моменте инерции могут зависеть от размеров (радиальных, осевых) места установки маховика. Как правило, маховик устанавливается на главном (коленчатом) валу механизма.

Примечание. На рис. 3.15 изображена кинематическая схема ползунно-кривошипного механизма двигателя внутреннего сгорания - его 12 положений через $\alpha=30^\circ$ поворота кривошипа ОА. Цикл работы механизма соответствует двум оборотам кривошипа, однако кинематические характеристики определяются только для 12 положений механизма (в пределах одного оборота кривошипа). Для каждого положения механизма построены в масштабе кривошипа планы скоростей (12) и планы ускорений (12). Значения скоростей и ускорений характерных точек механизма необходимо знать при решении задачи регулирования колебаний угловой скорости приведенного механизма.

Ползунно-кривошипный механизм двигателя внутреннего сгорания по своему строению достаточно прост. Поэтому для исследования его кинематики может быть также использован аналитический метод.

При расчете параметров для 24 положений механизма рекомендуется использовать табличный способ расчета.

ИЗБЫТОЧНАЯ РАБОТА РАБОЧЕЙ МАШИНЫ (МАШИНЫ-ОРУДИЯ)

При расчете, избыточную работу, $A^{изб}$, которая вызывает периодические колебания угловой скорости приведенного механизма рабочей машины (машины-орудия), находят из постоянства движущей силы ($P_1^P = const$) при периодическом изменении силы сопротивления ($P_1^C \neq const$). При регулировании периодических колебаний угловой скорости W_1 приведенного механизма избыточную работу

$$A^{изб} = A^P - A^C$$

приближают к нулю путем воздействия на разность работ силы движущей и сил сопротивления.

Предположим, что задан многозвенный плоский механизм машины-орудия со степенью подвижности относительно стойки $W_3=1$. Известны кинематические, силовые и динамические параметры механизма. Известны

также закон движения главного вала механизма ($W_1 = const$) и коэффициент d периодической неравномерности его вращения.

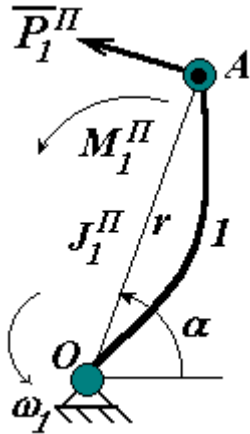


Рис. 3.16

В качестве приведенного механизма выберем главный вал заданного, рис. 3.16.

Используя рычаг Жуковского, приведем к главному валу 1 заданного механизма все приложенные к его звеньям внешние силы. Тогда приведенной силой будет усилие $P_1^II \perp OA$. Направление \bar{P}_1^II принято условно. Приведенным моментом сил будет момент

$$M_1^II = P_1^II \cdot OA. \quad (3.51)$$

На рис. 3.16 через J_1^II обозначен момент инерции приведенного механизма.

Рассматриваем режим установившегося неравновесного движения машины. Цикл работы машины соответствует одному обороту главного вала OA ее механизма. Найдем для 12 равноотстоящих положений механизма (от $\alpha=0^\circ$ до $\alpha=360^\circ$ через $\Delta\alpha=30^\circ$) значения приведенных моментов M_1^II , имея ввиду, что:

1. значения моментов M_1^II определяются с учетом сил инерции звеньев заданного механизма;
2. приведенные моменты M_1^II не зависят от угловой скорости W_1 приведенного механизма.

Построим в системе координат $[M, w]$ график приведенного момента M_1^II в функции обобщенной координаты α , т.е. график $M_1^II(a)$, предварительно назначив масштабные коэффициенты m_M, m_a осей графика, рис. 3.17.

Рассматриваем приведенный момент M_1^II как момент уравновешивающий или что то же - как момент, необходимый для равномерного вращения приведенного механизма. Тогда $M_1^II = M_1^P$, а графики $M_1^II(a) \equiv M_1^P(a)$.

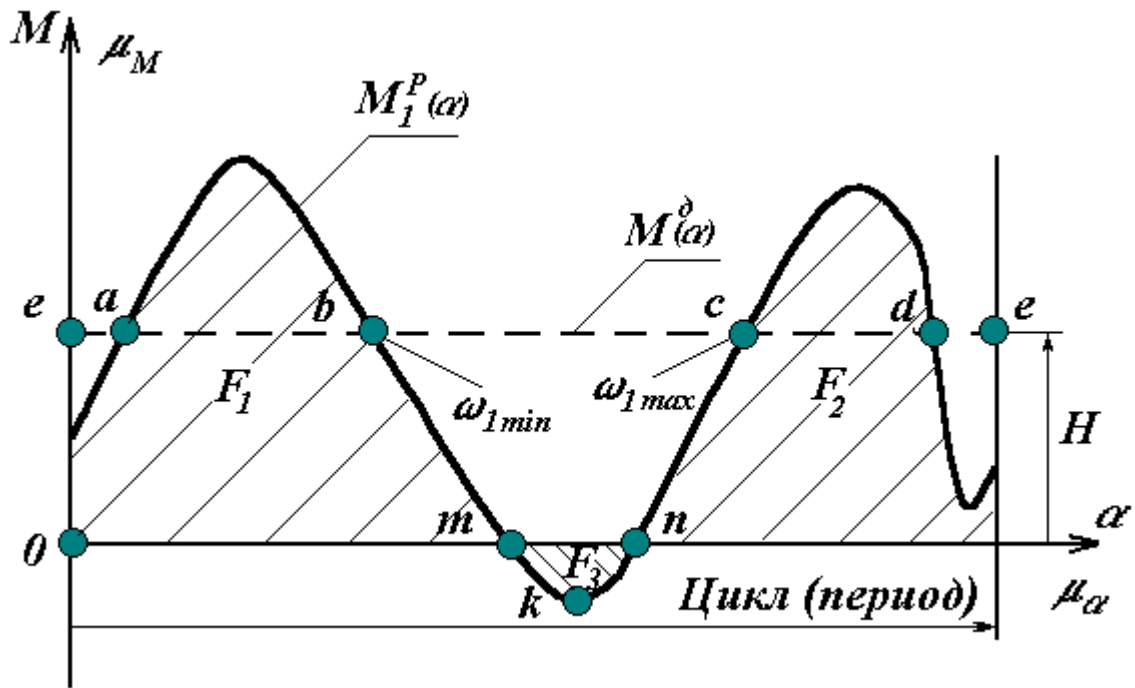


Рис. 3.17

Следующим шагом в решении задачи по определению $A^{изб}$ является определение момента $M^{\delta}(a)$ на валу двигателя, приводящего в движение приведенный механизм с угловой скоростью $W_1 = W_{1cp}$.

Величина момента M^{δ} определяется из условия равенства работ движущего момента M_1^P за период и момента M^{δ} на валу двигателя за то же время.

Работа движущего момента M_1^P на графике $M_1^P(a)$ определена площадями F_1, F_2, F_3 (заштрихованы, рис. 3.17) и равна

$$A^M = (F_1 + F_2 - F_3) \cdot m_M \cdot m_a. \quad (3.52)$$

Работа, изображенная площадью F_3 - отрицательная (расположена ниже оси a). Физически это означает, что на угле a поворота приведенного механизма, соответствующего участку m-n графика, приведенный механизм вращается ускоренно за счет кинетической энергии, накопленной звеньями заданного механизма. Для равномерного вращения на этом участке к приведенному механизму следует прикладывать не движущий, а тормозной момент. Двигатель не предназначен для торможения главного вала механизма. Поэтому момент на валу двигателя как движущий определяется из соотношения:

$$M^{\partial} = \frac{A^M}{2 \cdot p} = M_{cp}^P = const. \quad (3.53)$$

где M_{cp}^P — среднее значение момента M_1^P сил движущих за период. Вертикальный отрезок H , изображающий момент M^{∂} на графике $M(a)$, равен:

$$|\overline{M}^{\partial}| = H = \frac{M^{\partial}}{m_M}, \quad (3.54)$$

где M^{∂} — натуральное значение момента (3.53),

m_M — масштабный коэффициент оси ординат графика $M_1^P(a)$.

На рис. 3.17 график момента $M^{\partial}(a)$ изображен пунктирной линией, параллельной оси a .

Обратимся к графикам $M_1^P(a)$ и $M^{\partial}(a)$. Из их рассмотрения следует, что только в угловых положениях, соответствующих точкам a, b, c, d , вращение приведенного механизма можно отнести к равномерному. В отмеченных точках указанные графики пересеклись. Следовательно, только в этих точках момент M^{∂} на валу двигателя численно равен моменту M_1^P , необходимому для равномерного вращения приведенного механизма.

В других положениях механизма (внутри периода) значения моментов M_1^P и M^{∂} численно не равны. Следовательно, в этих положениях будет наблюдаться периодическая неравномерность во вращении приведенного механизма.

Если теперь вновь обратиться к графику $M(a)$ на рис. 3.17, то можно заметить, что на участках ab, cd графика момента M^{∂} на валу двигателя будет не хватать для равномерного вращения приведенного механизма, а на участках ea, bc, de имеет место превышение момента M^{∂} над моментом M_1^P . Следовательно, на этих участках вращение приведенного механизма будет ускоренным. Наибольшее ускорение приведенного механизма имеет место на участке bc , т.к. на этом участке избыточная работа - наибольшая. Она изображается избыточной площадью, заключенной между прямой bc и кривой момента $M_1^P(a)$ на участке bc .

Используя графический метод Симпсона расчета площадей, найдем избыточную работу $A_{\max}^{изб}$:

$$A_{\max}^{изб} = F_{\max} \cdot m_A, \quad (3.55)$$

где $m_A = m_M \cdot m_a$ — масштабный коэффициент работы,

F_{\max} — площадь графика $M_1^P(a)$, ограниченная контуром *bmkncb*.

МАХОВИК РАБОЧЕЙ МАШИНЫ

Момент инерции маховика рабочей машины рассчитывается по соотношению (3.37):

$$J_M = \frac{A_{\max}^{изб}}{d \cdot w_{1cp}}.$$

При определении момента инерции маховика предполагается, что вся кинетическая энергия механизма заключается в маховике. В связи с таким предположением момент инерции маховика как дополнительной массы будет несколько больше необходимого. Это положительно скажется на величине амплитуды колебаний угловой скорости приведенного механизма, т.к. реальный коэффициент d периодической неравномерности будет меньше принятого при расчете.

Рабочие машины обычно имеют несколько валов, на которые может быть установлен маховик. Если размеры и масса маховика превышает допустимые по конструктивным соображениям, то маховик устанавливают на быстроходный вал. Таким валом может быть вал двигателя или один из валов редуктора. Момент инерции маховика при этом уменьшится, а, следовательно, уменьшится его масса и размеры.

" Новое" значение момента инерции маховика:

$$J'_M = J_M \cdot \left(\frac{w_{1cp}}{w'} \right)^2, \quad (3.56)$$

где w' —угловая скорость "нового" установки маховика.

Напомним, что эффект действия маховика заключается в том, что с его помощью обеспечивается движение механизма с принятым коэффициентом периодической неравномерности.

После решения задачи о регулировании хода главного вала механизма рабочей машины целесообразно проверить принятое при расчете допущение, что главный вал механизма вращается равномерно с угловой скоростью $w_1 = w_{1cp}$.

Изобразим схему главного вала механизма или что то же - приведенного механизма, рис. 3.18.

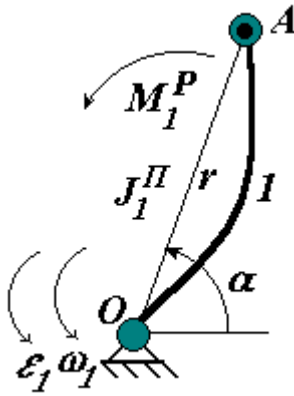


Рис. 3.18

Запишем ускорение центра шарнира А в общем случае:

$$a_A = OA \sqrt{w_1^4 + e_1^2}, \quad (3.57)$$

где e_1 — угловое ускорение главного вала.

При решении задачи о подборе дополнительной массы нами принято, что ускорение шарнира А равно

$$a_A = OA \cdot w_1^2 = a_A^n. \quad (3.58)$$

Мы пренебрегли в расчетах ускорением e_1 . Такое допущение возможно только при условии, что

$$e_1^2 \ll w_1^4. \quad (3.59)$$

Это условие и необходимо проверить.

В двойном неравенстве (3.59):

$$w_1 = w_{1cp} = \frac{pn_1}{30}; e_1 \approx \frac{M_{\max}^{изб}}{J_M} = \frac{|M_{\max}^{изб}| \cdot m_M}{J_M}.$$

Здесь: J_M — момент инерции маховика,

$|M_{\max}^{изб}|$ — наибольшее отклонение кривой $M_1^P(a)$ от средней линии $M^0(a)$.

3.8. Силовой анализ механизма

Силовой анализ механизма имеет целью выявление действующих в нем сил. Так как при силовом анализе рассматривается механизм, находящийся в движении, то этот анализ называется **кинетостатическим**. В основу кинетостатического анализа положен принцип Даламбера, предполагающий учет сил инерции звеньев механизма.

Основные положения, которых следует придерживаться при силовом анализе:

1. Звенья механизма считают абсолютно твердыми (недеформируемыми), а элементы кинематических пар — абсолютно гладкими (без трения).
2. Выполняется условие статической определимости механизма.
3. Силовой анализ механизма проводится по статически определимым группам Ассура. Начинается анализ с исследования группы Ассура, наиболее

удаленной от ведущей части схемы - механизма 1 класса. Заканчивается силовой анализ исследованием механизма 1 класса.

4. Силы инерции условно переносятся по линиям их действия на ускоряемые массы.

5. Расчетные уравнения записываются в форме уравнений равновесия.

Способ определения неизвестных усилий - графический, путем построения планов сил.

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ГРУППЫ АССУРА 1 КЛАССА 2 ПОРЯДКА С ВРАЩАТЕЛЬНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРОЙ

В свойствах способа приведения сил Жуковского отмечено, что силы, действующие в кинематических парах механизма (внутренние силы) этим способом определить нельзя. Указанные силы выявляются в результате кинестатического анализа групп Ассура.

На рис. 3.19,а изображена 2-х поводковая (с вращательной кинематической парой) группа Ассура 1 класса 2 порядка (Г1К2П). Группа Ассура, звенья которой пронумерованы как 2 и 3, сокращенно - Группа 2-3, нагружена силами веса звеньев $-G_2, G_3$, силами инерции звеньев $-\Phi_2, \Phi_3$ и моментами сил инерции $-M_2^\Phi, M_3^\Phi$. При этом обозначены места приложения сил, их линии действия и направления.

Задача силового анализа группы 2-3 заключается в определении усилий в кинематических парах (шарнирах) А, В, С.

Звеньев в группе Ассура - два, система сил на каждом из них плоская. Всего для группы можно составить 6 независимых уравнений равновесия (по 3 уравнения для каждого звена).

Группа имеет один шарнир - В и элементы - А и С - двух других шарниров. У нормальных давлений в каждом шарнире по 2 неизвестных - модуль и положение линии действия. Всего неизвестных 6.

Система статически определима. Группа Ассура элементами шарниров А и С присоединяется к звеньям 1 и 4 рассматриваемого механизма. Звенья 1 и 4 отброшены, их действия на группу заменены реакциями \bar{R}_{12} и \bar{R}_{43} . Таким образом, определению подлежат усилия \bar{R}_{12} (шарнир А), \bar{R}_{43} (шарнир С), $\bar{R}_{23}(\bar{R}_{32})$ (шарнир В).

Первая цифра в подстрочном индексе у силы показывает со стороны какого звена, вторая цифра - на какое звено действует сила. Например, усилие \bar{R}_{12} в шарнире А действует со стороны первого звена на второе. Перемена местами индексов указывает на изменение направления силы на обратное.

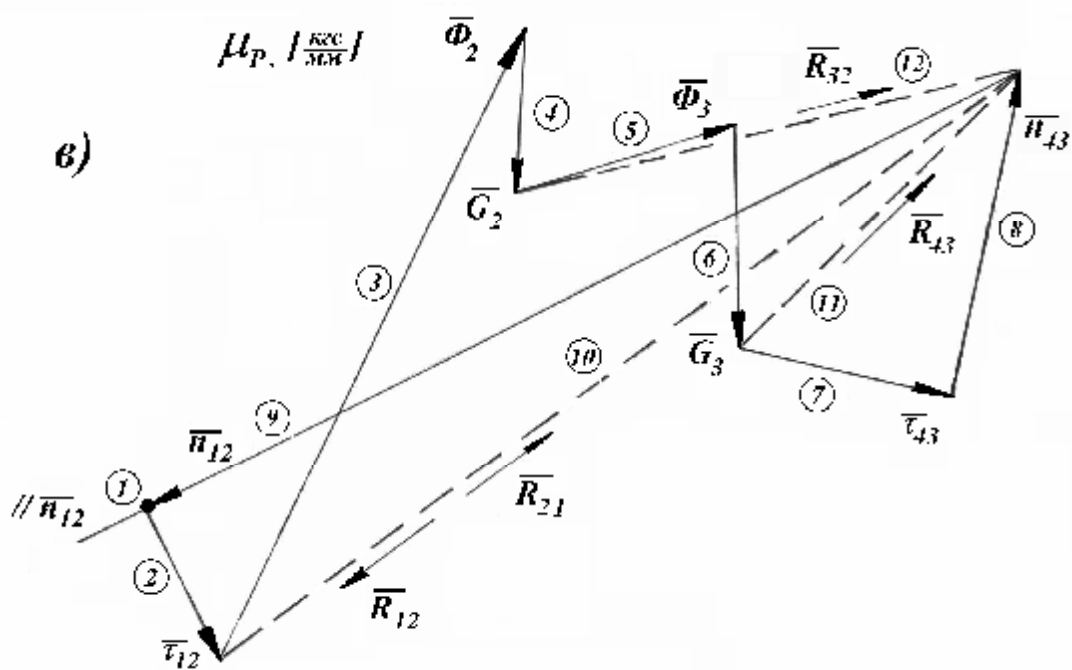
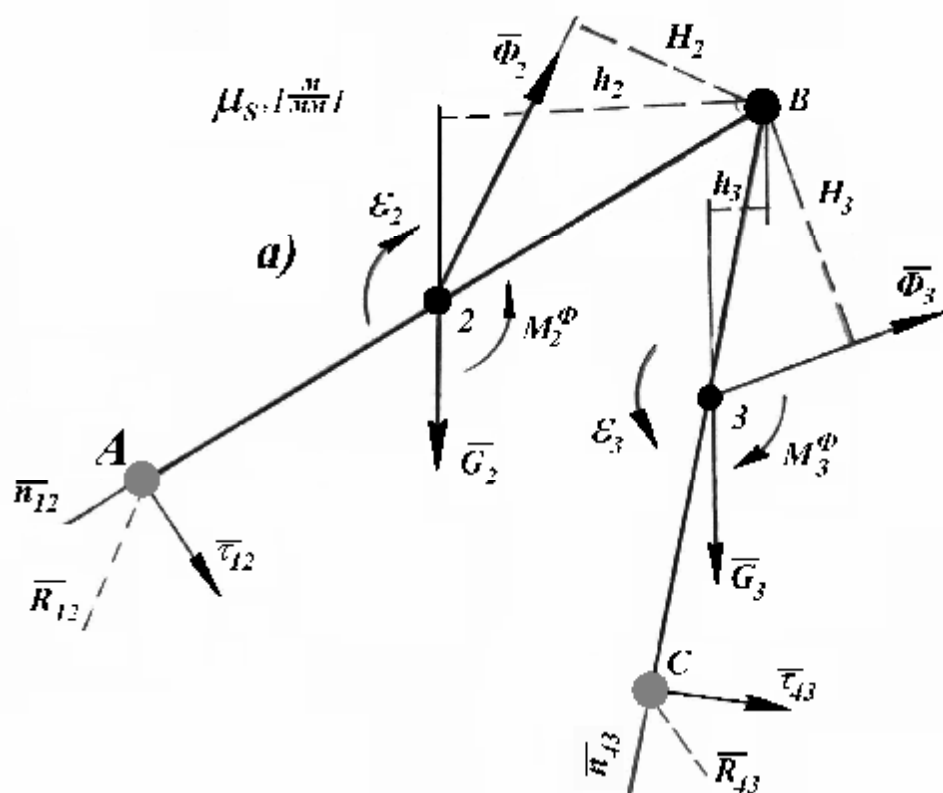


Рис. 3.19. Силовой анализ группы Ассура 1к2п:
а) группа Ассура 1к2п; б) план сил группы Ассура 1к2п

При решении задачи по определению усилий в парах поступают следующим образом. Неизвестные (искомые) усилия \bar{R}_{12} и \bar{R}_{43} раскладываются по двум взаимноперпендикулярным направлениям - вдоль звеньев и им перпендикулярно.

По аналогии с ускорениями составляющие сил, направленные вдоль звеньев, назовем условно нормальными составляющими n , а составляющие сил, перпендикулярные звеньям, - касательными составляющими t . Тогда в соответствии с этим, нормальными составляющими будут усилия \bar{n}_{12} и \bar{n}_{43} , касательными составляющими - усилия \bar{t}_{12} и \bar{t}_{43} .

Неизвестные касательные составляющие \bar{t}_{12} и \bar{t}_{43} должны быть полностью (численно и по направлению) определены до построения плана сил группы 2-3. Они определяются из условия равновесия звеньев, входящих в группу Ассура.

Если группа 2-3 находится в равновесии, то уравновешенными будут и звенья 2 и 3 (каждое в отдельности). Для определения \bar{t}_{12} и \bar{t}_{43} составляются уравнения моментов сил, приложенных к звеньям, относительно шарнира В: $\sum M_2^B = 0, \sum M_3^B = 0$.

Для звена 2:

$$t_{12} \cdot |AB| + G_2 \cdot h_2 - \Phi_2 \cdot H_2 + M_2^\Phi = 0 \rightarrow t_{12}. \quad (3.60)$$

Для звена 3:

$$t_{43} \cdot |BC| + G_3 \cdot h_3 + \Phi_3 \cdot H_3 - M_3^\Phi = 0 \rightarrow t_{43}. \quad (3.61)$$

Направлениями \bar{t}_{12} и \bar{t}_{43} при их определении следует задаваться. Если результат расчета получается со знаком минус, принятое направление как неправильное изменяется на обратное. Плечи сил при составлении уравнений моментов снимаются с построений измерением и в натуральную величину не переводятся. Величина моментов M_2^Φ и M_3^Φ сил инерции приводятся в соответствие с масштабом схемы группы Ассура.

Полагаем, что касательные составляющие \bar{t}_{12} и \bar{t}_{43} имеют направление, показанное на рис. 3.19,а.

Остальные неизвестные усилия: $n_{12}, n_{43}, R_{32}(R_{23})$ определяются из плана сил, построенного для группы 2-3. Напомним, что план сил является геометрической интерпретацией соответствующего векторного уравнения сил. Поэтому прежде всего необходимо составить такое уравнение для группы 2-3. Чтобы избежать перестроений и возможных при этом ошибок, реко-

мендуется при составлении векторного уравнения руководствоваться правилами.

1. Сначала суммировать силы, приложенные к одному из звеньев, затем - к другому.
2. Незвестные нормальные составляющие \bar{n}_{12} и \bar{n}_{43} записывать по концам векторного уравнения.
3. Нормальные и касательные составляющие \bar{n}_{12} и \bar{t}_{12} , \bar{n}_{43} и \bar{t}_{43} записываются рядом для исключения дополнительных перестроений при построении их векторной суммы.

Векторное уравнение плана сил группы 2-3 с учетом изложенного имеет вид:

$$\bar{n}_{12} + \bar{t}_{12} + \bar{\Phi}_2 + \bar{G}_2 + (\bar{R}_{32} + \bar{R}_{23}) + \bar{\Phi}_3 + \bar{G}_3 + \bar{t}_{43} + \bar{n}_{43} = 0. \quad (3.62)$$

Векторное уравнение (3.62) эквивалентно 4-м скалярным уравнениям. Оно позволяет определить 4 неизвестных величины (цифры над векторами). В скобках записаны усилия в шарнире В. Эти усилия определяются в результате дополнительного построения. При построении же уравнения (3.62) усилия в скобках во внимание не принимаются.

Перед построением плана сил группы 2-3 выбирается масштабный коэффициент m_p плана и затем каждая известная сила в уравнении (3.62) переводится в отрезок путем деления модуля силы на масштабный коэффициент.

План сил группы Ассура 2-3, построенный в соответствии с векторным уравнением (3.62), приведен на рис. 3.19, в. Цифры в кружках на плане сил - последовательность операций при построении плана.

Усилия (нормальные давления) \bar{R}_{12} и \bar{R}_{43} в шарнирах А и С определены как векторные суммы:

$$\bar{R}_{12} = \bar{n}_{12} + \bar{t}_{12}; \bar{R}_{43} = \bar{n}_{43} + \bar{t}_{43}. \quad (3.63)$$

Нормальное давление \bar{R}_{32} в шарнире В определено из условия равновесия сил, приложенных к звену 2.

Модули нормальных давлений в шарнирах А, В и С определяются через соответствующие отрезки плана сил и масштабный коэффициент m_p :

$$R_{12} = |\bar{R}_{12}| \cdot m_p; R_{34} = |\bar{R}_{34}| \cdot m_p; R_{32} = |\bar{R}_{32}| \cdot m_p. \quad (3.64)$$

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ГРУППЫ АССУРА 1 КЛАССА 2 ПОРЯДКА С ПОСТРУПАТЕЛЬНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРОЙ

Группа Ассура 1 класса 2 порядка (Г1К2П) с поступательной кинематической парой изображена на рис. 3.20, а. На звенья группы нанесены приложенные к ним внешние силы: веса звеньев - G_2, G_3 , силы инерции звеньев - Φ_2, Φ_3 , момент силы инерции - M_2^Φ .

Задача силового анализа группы 2-3 заключается в определении усилия \bar{R}_{12} в шарнире А, усилие \bar{R}_{32} в шарнире В и нормального давления \bar{R}_{43} со стороны звена 4 на ползун 3. Линия действия усилия \bar{R}_{43} .

Последовательность решения задачи для данной группы Ассура полностью повторяет решение аналогичной задачи для 2-х поводковой группы Ассура, которое изложено в предыдущем параграфе.

Группа Ассура 2-3 (рис. 3.20, а) как система - статически определима: можно составить 6 независимых уравнений равновесия при 5 неизвестных у действующих на систему сил.

Дальнейшие шаги решения задачи.

Усилие \bar{R}_{12} в шарнире А раскладывается на нормальную \bar{n}_{12} и касательную \bar{t}_{12} составляющие.

Задаются направлением \bar{t}_{12} и затем, исходя из условия равновесия группы 1-2, составляют уравнение моментов сил, приложенных к группе, относительно шарнира В, из которого находят касательную составляющую \bar{t}_{12} .

$$\Sigma M_2^B = 0: \bar{t}_{12} \cdot \overline{AB} + G_2 \cdot h_2 - \Phi_2 \cdot H_2 - M_2^\Phi = 0 \rightarrow \bar{t}_{12}. \quad (3.65)$$

В связи с определенностью линии действия разложения усилия \bar{R}_{43} не требуется.

Неизвестными остаются усилия $\bar{n}_{12}, \bar{R}_{32}, \bar{R}_{43}$. Для их определения строится план сил группы 2-3.

Составляем векторное уравнение сил, приложенных к группе 2-3:

$$\bar{n}_{12} + \bar{t}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{\Phi}_2 + (\bar{R}_{32} + \bar{R}_{23}) + \bar{G}_3 + \bar{\Phi}_3 + \bar{R}_{43} = 0. \quad (3.66)$$

Выберем масштабный коэффициент m_p плана сил, переводим известные усилия в отрезки и строим искомый план сил, (рис. 3.20, в).

Усилие в шарнире А определено как векторная сумма:

$$\bar{R}_{12} = \bar{n}_{12} + \bar{t}_{12}. \quad (3.67)$$

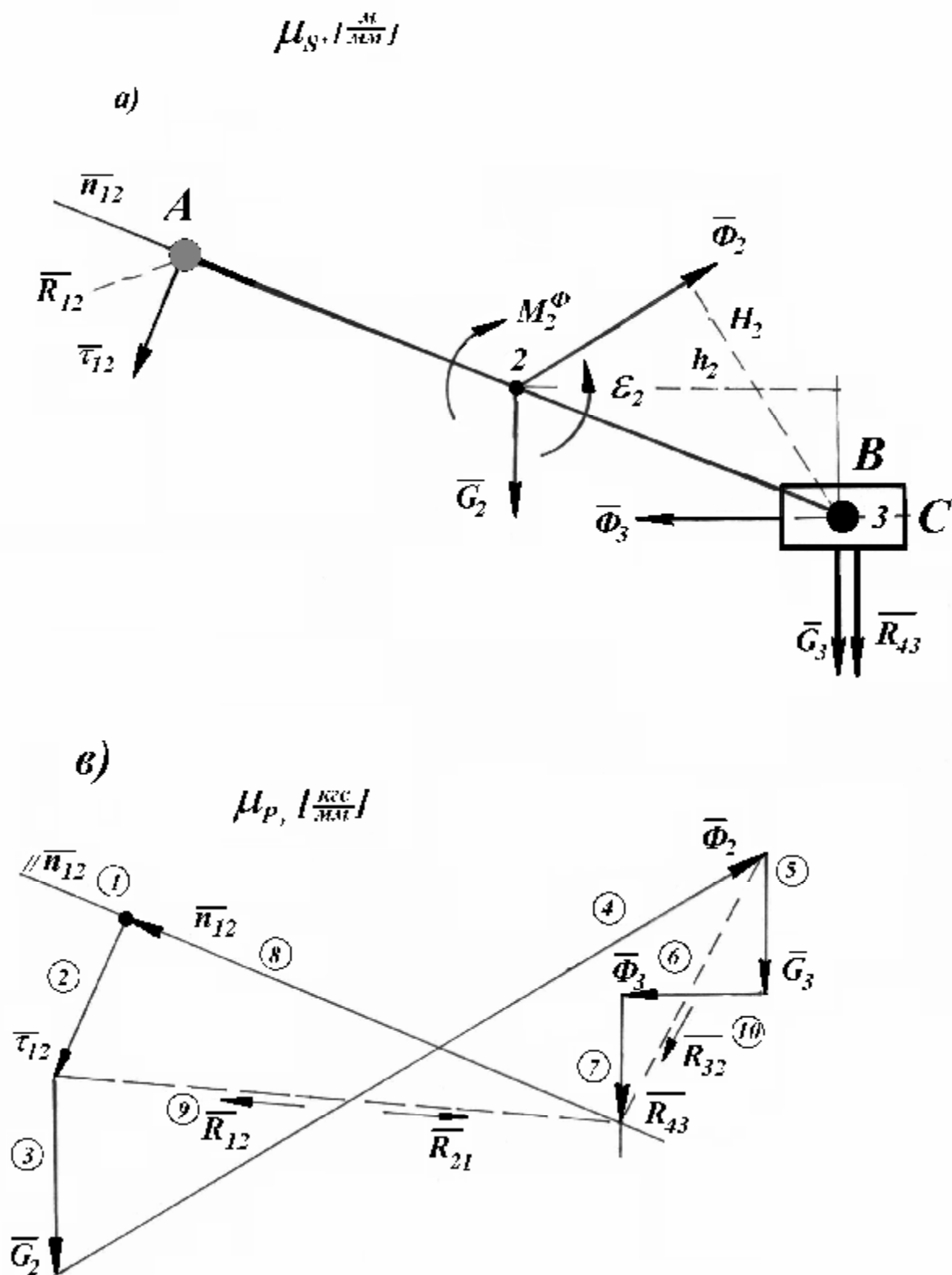


Рис. 3.20. Силовой анализ группы Ассура 1к2п с поступательной кинематической парой: а) группа Ассура 1к2п; б) план сил группы Ассура 1к2п

Усилие \bar{R}_{43} в поступательной паре найдено непосредственно в плане сил (операция 7).

Нормальное давление \bar{R}_{32} в шарнире В определено из условия равновесия звена 2 группы Ассура.

Модули усилий $\bar{R}_{12}, \bar{R}_{43}, \bar{R}_{32}$ в кинематических парах А, В, и С (поступательная) определены посредством соответствующих отрезков плана и масштабного коэффициента m_P :

$$R_{12} = |\bar{R}_{12}| \cdot m_P; R_{43} = |\bar{R}_{43}| \cdot m_P; R_{32} = |\bar{R}_{32}| \cdot m_P. \quad (3.68)$$

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА 1 КЛАССА С ВРАЩАТЕЛЬНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРОЙ

Схема механизма 1 класса (М1К) приведена на рис. 3.21, а. Механизм 1 класса - это обычно ведущая часть механизма рабочей машины или машины-орудия. Как правило, - это кривошип в соединении со стойкой вращательной кинематической парой. При динамическом анализе механизма, если этот анализ связан с приведением сил и масс, чаще всего именно механизм 1 класса выбирают в качестве приведенного механизма, а при регулировании периодической неравномерности вращения обычно на вал механизма 1 класса устанавливают дополнительную массу (маховик).

На механизм 1 класса (рис. 3.21, а) нанесены действующие на него внешние силы: G_1 — вес, Φ_1 — сила инерции звена 1, R_{21} — усилие, действующее на звено 1 со стороны звена 2, или иначе - внутреннее усилие в шарнире А. Оно определено в результате силового анализа предшествующей группы Ассура 2-3 (см. рис. 3.20, в).

Задача силового анализа механизма 1 класса заключается в определении внутреннего усилия (нормального давления) в шарнире О - усилия \bar{R}_{41} .

Система статически определима: можно составить 3 независимых уравнения равновесия при двух неизвестных (модуль, положение линии действия) у искомой силы \bar{R}_{41} .

Для определения усилия \bar{R}_{41} составляется векторное уравнение:

$$\bar{\Phi}_1 + \bar{R}_{21} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{41} = 0. \quad (3.69)$$

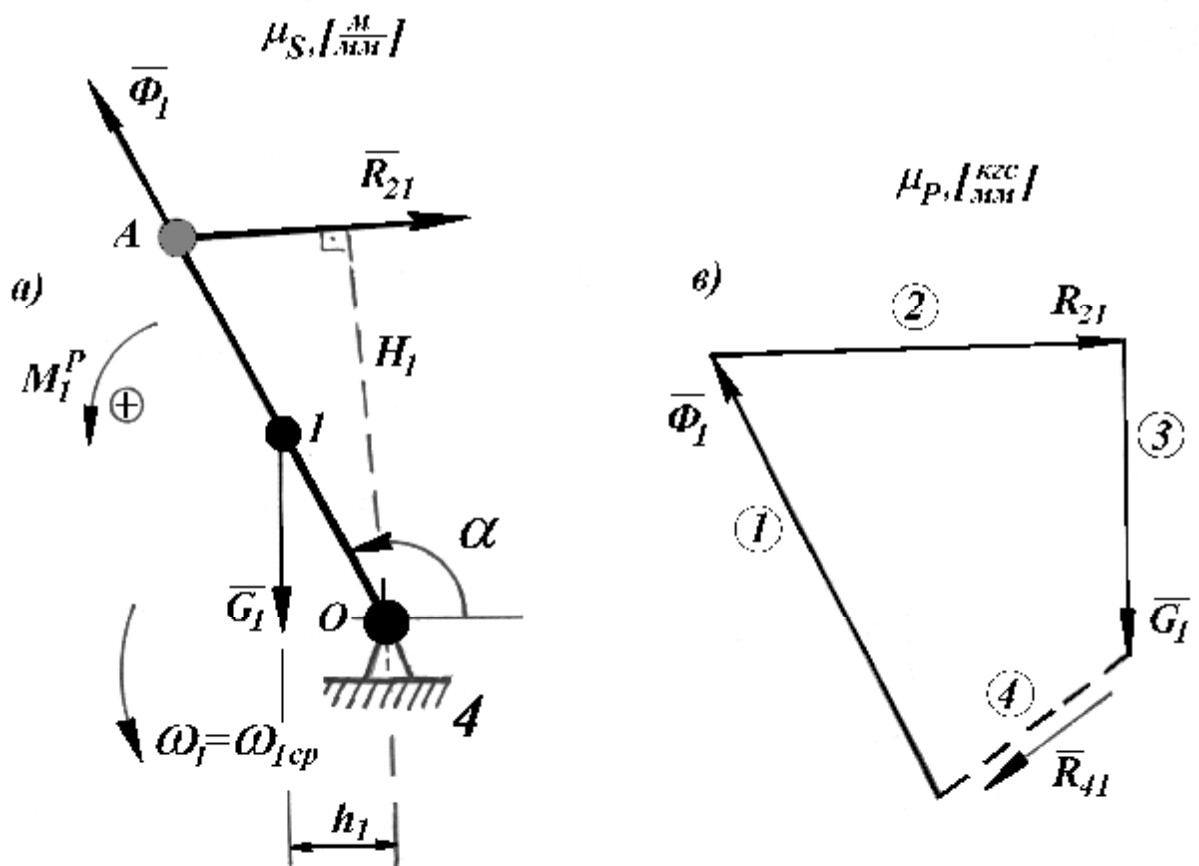


Рис. 3.21

Искомое усилие \bar{R}_{41} записывается в уравнении последним. Далее выбирается масштабный коэффициент m_p плана сил, известные в (3.69) силы переводятся в отрезки и строится план сил механизма 1 класса (рис. 3.21, б).

Модуль искомого усилия:

$$R_{41} = |\bar{R}_{41}| \cdot m_p. \quad (3.70)$$

При силовом анализе механизма 1 класса как плоской системы использованы только два из трех независимых уравнений - уравнения проекций сил на оси плоской координатной системы.

Используя 3-е независимое уравнение (уравнение моментов), найдем приведенный к механизму 1 класса момент M_1^P внешних сил, приложенных к звеньям заданного механизма.

Для этого составим уравнение равновесия моментов сил, действующих на М1К, относительно шарнира О, (рис. 3.21, а). Направление приведенного момента M_1^P примем по направлению угловой скорости ω_1 . Тогда

$$M_1^P - R_{21} \cdot H_1 + G_1 \cdot h_1 = 0. \quad (3.71)$$

Отсюда искомый момент

$$M_1^{\Pi} = R_{21} \cdot H_1 - G_1 \cdot h_1. \quad (3.72)$$

В соотношении (3.72) силы и их плечи - в натуральную величину.

Если при решении (3.72) момент M_1^{Π} будет положительным, то это означает, что его направление действительно совпадает с направлением W_1 , он является движущим моментом, ему приписывается знак плюс и он обозначается M_1^P .

Приведенный момент M_1^{Π} со знаком минус направлен против направления W_1 и является тормозным моментом.

Момент M_1^{Π} как тормозной обеспечивает равномерное вращение главного вала механизма с угловой скоростью $W_1 = W_{1cp}$ на том участке движения, на котором главный вал под действием кинетической энергии E заданного механизма движется ускоренно (см. рис. 3.17, участок m-n графика $M(a)$).

Следует отметить, что моменты: M_1^P — рассчитанный по (3.72) и $M_1^{P(ж)}$ — найденный по рычагу Жуковского (применительно к одному и тому же механизму) - это один и тот же момент, но полученный разными путями. Сопоставление этих моментов (численно и по направлению) может служить контролем правильности решения задачи.

3.9. Коэффициент полезного действия

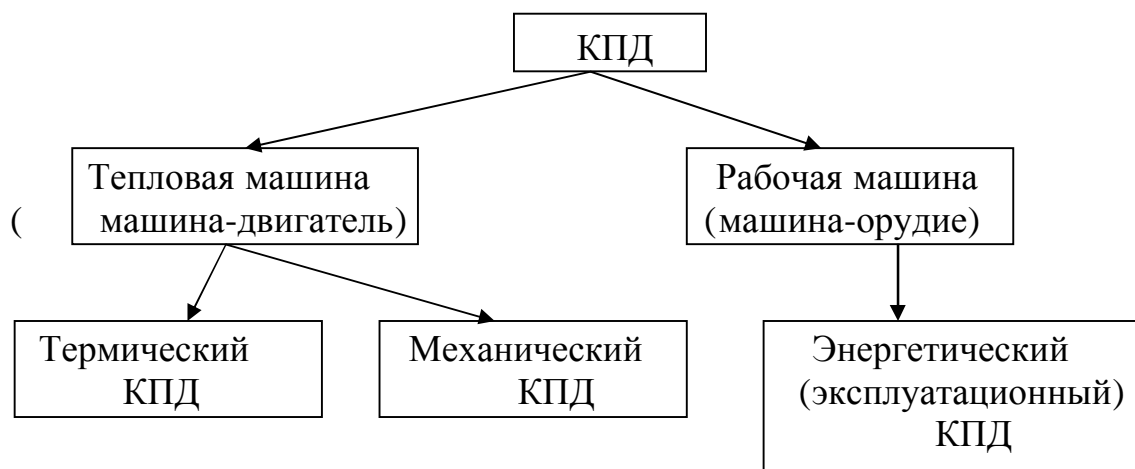
По характеру рабочего процесса и назначению, машины подразделяются на три класса.

I класс. Машины-двигатели (двигатели внутреннего сгорания, турбины и др.). Эти машины преобразуют тот или иной вид энергии в механическую работу.

II класс. Машины-преобразователи. Они преобразуют механическую энергию в другой вид энергии.

III класс. Машины-орудия (рабочие машины). Они используют энергию, полученную от машины-двигателя, для выполнения технологического процесса, связанного с изменением состояния и формы обрабатываемого объекта. К этому же классу относятся машины для выполнения транспортных операций, а также машины, частично заменяющие интеллектуальную деятельность человека.

Коэффициент полезного действия - это технико-экономический показатель машины и с эксплуатационной точки зрения машина должна иметь высокий КПД.



В машинах-двигателях (тепловые машины) должен быть наибольшим *термический КПД*. Он характеризует полноту преобразования тепловой энергии в механическую работу. Полученная работа при этом должна быть в максимальной степени полезной, т.е. двигатель должен иметь наиболее высоким *механический КПД*.

В рабочих машинах (машинах-орудиях) подводимая от двигателя мощность должна быть использована наиболее полно, т.е. должен быть получен наибольший *энергетический* или что то же самое *эксплуатационный КПД* машины.

Механический и энергетический КПД характеризуют также потерю мощности на преодоление вредных сопротивлений, возникающих при работе машины.

Вредные сопротивления в машине связаны, главным образом, с работой сил трения в кинематических парах. В современных быстроходных машинах затраты мощности на преодоление вредных сопротивлений могут быть значительными.

КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ РАБОЧЕЙ МАШИНЫ

Энергетический КПД машины определяется как отношение полезной работы (мощности) ко всей затраченной:

$$h = \frac{A^Q}{A^P} = \frac{L^Q}{L^P}. \quad (3.73)$$

Машина тем совершеннее технико-экономически, чем ближе к единице ее КПД. Для механических систем КПД всегда меньше единицы.

Энергетический КПД машины может быть также определен через работу или мощность сил вредного сопротивления.

При установившемся режиме работы машины энергетическая характеристика режима имеет вид:

$$A^P = A^Q + A^F.$$

Отсюда выражаем

$$A^Q = A^P - A^F.$$

Значение A^Q подставляем в (3.73):

$$h = \frac{A^P - A^F}{A^P} = 1 - \frac{A^F}{A^P} = 1 - j, \quad (3.74)$$

где $j = \frac{A^F}{A^P} = \frac{L^F}{L^P}$ — коэффициент потерь.

Коэффициент потерь показывает, какая часть работы или мощности сил движущих расходуется на преодоление вредных сопротивлений.

Определяется КПД на установившемся режиме работы машины и выполнении ею полезной работы. В качестве расчетного принимается среднее значение КПД:

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{n}, \quad (3.75)$$

где h_i — мгновенное значение КПД (в i -ом положении механизма),

n — количество рассматриваемых за период положений механизма.

Мгновенный КПД h_i позволяет также судить о целесообразности синтезированной схемы механизма с точки зрения потерь на трения в его кинематических парах.

Обозначим: $L_{II}, L_{III}, L_{B.II}$ — потери мощности на трение в поступательной, вращательной и высшей кинематических парах соответственно.

С учетом принятых обозначений, результирующая мощность трения в заданном положении механизма:

$$L^F = \sum_1^u L_{II} + \sum_1^k L_{III} + \sum_1^e L_{B.II}, \quad (3.76)$$

где u, k, e — количество поступательных, вращательных и высших кинематических пар в механизме.

Значения мощностей трения в кинематических парах:

поступательная пара

$$L_{II} = F_{II} \cdot V_{отн} = f_{II} \cdot R_N \cdot V_{отн}, \quad (3.77)$$

вращательная пара

$$L_{III} = F_{III} \cdot V_{отн} = f_{III} \cdot R_N \cdot w_{отн} \frac{d_{III}}{2}, \quad (3.78)$$

высшая пара

$$L_{B.П.} = F_{B.П.} \cdot V_{отн} = f_{B.П.} \cdot R_N \cdot V_{отн}, \quad (3.79)$$

В соотношениях (3.77)...(3.78):

R_N — нормальное давление в кинематической паре,

f — коэффициент трения скольжения поверхностей звеньев, образующих пару,

$V_{отн}$ — скорость скольжения звеньев пары,

d_{III} — диаметр шарнира,

$w_{отн}$ — относительная угловая скорость звеньев пары.

Мгновенная движущая мощность (в заданном положении механизма):

$$L^P = L^Q + L^F, \quad (3.80)$$

где L^Q — полезная мощность, L^F — мощность трения.

Мгновенное значение КПД машины:

$$h_i = 1 - j = 1 - \frac{L^F}{L^P} = 1 - \frac{L^F}{M_1^Q \cdot w_1 + L^F}, \quad (3.81)$$

где M_1^Q — приведенный к главному валу механизма момент силы полезного сопротивления,

w_1 — угловая скорость главного вала.

Если полезное сопротивление Q приложено к ползуну, то полезная мощность

$$L^Q = Q \cdot V_Q, \quad (3.82)$$

где V_Q — скорость точки приложения усилия Q .

Предполагается, что Q и V_Q параллельны между собой.

При необходимости из соотношения

$$M_1^F \cdot \omega_1 = L^F$$

определяется приведенный к главному валу механизма момент сил трения:

$$M_1^F = \frac{L^F}{\omega_1}. \quad (3.83)$$

Примечание. При рассмотрении раздела "Коэффициент полезного действия" предполагается, что механизм и рабочая машина существуют одновременно, что механизм является составной частью машины и что эксплуатационные характеристики относятся к машине. Механизм обеспечивает только движение рабочих органов машины в соответствии с требованиями производственного процесса.

Раздел 2

МЕХАНИЗМЫ С ВЫСШИМИ ПАРАМИ

В подавляющем большинстве современных машин, механизмов, приборов применяются устройства, при помощи которых происходит передача вращательного движения и мощности между валами, расположенными определенным образом в пространстве.

Простейшим устройством для передачи и преобразования вращательного движения между двумя валами является *передача* - фрикционная, ременная, зубчатая. Основная кинематическая характеристика передачи - *угловое передаточное отношение*, равное отношению углов поворота или угловых скоростей валов, между которыми происходит передача движения. При передаче движения от вала 1 к валу 2 передаточное отношение находим по формуле

$$i_{12} = \frac{j_1}{j_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{i_{21}}, \quad (4.1)$$

где j_1, j_2 — углы поворота, а w_1, w_2 — угловые скорости валов.

Глава 4. ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

В технике широко используются механизмы, в которых существенную роль играет трение. В зависимости от выполнения этими механизмами функций, трение в них может рассматриваться как положительный процесс, так и отрицательный. Трение полезно, например, в тормозных устройствах. В местах касания колес с рельсами, с дорогой. И в первом, и во втором случаях трение выполняет функцию сопротивления.

Если функция механизма, для выполнения которой он предназначен, обеспечивается за счет сил трения, то механизм называется *фрикционным*.

При помощи фрикционных механизмов чаще всего осуществляется процесс передачи вращательного движения или, наоборот, процесс торможения этого движения. Фрикционный механизм, предназначенный для передачи вращательного движения, называют коротко *фрикционной передачей*.

Во фрикционной передаче главными, рабочими поверхностями являются гладкие цилиндрические, конические или иной формы поверхности. Звенья передачи, несущие на себе эти поверхности, называются катками. При взаимном относительном движении контактные поверхности катков не име-

ют между собой кинематической связи - катки могут вращаться независимо один от другого.

Для передачи вращательного движения катки следует прижать один к другому, с целью вызвать на их соприкасающихся поверхностях силу трения, которая обеспечила бы вращение катков без проскальзывания.

Фрикционная передача не имеет, как правило, промежуточного тела между катками - ведущий каток касается непосредственно ведомого катка. Однако есть исключение. Фрикционная передача работает плавно и бесшумно. Но требуется достаточно сильное прижатие катков друг к другу для создания требуемого трения между ними.

4.1. Классификация фрикционных передач

По форме катков и расположению их осей вращения фрикционные передачи классифицируются следующим образом.

- Цилиндрические с параллельными осями (рис. 4.1).

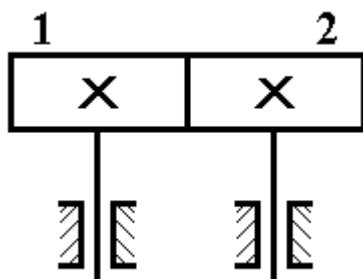


Рис. 4.1. Фрикционная передача с параллельными осями (цилиндрическая)

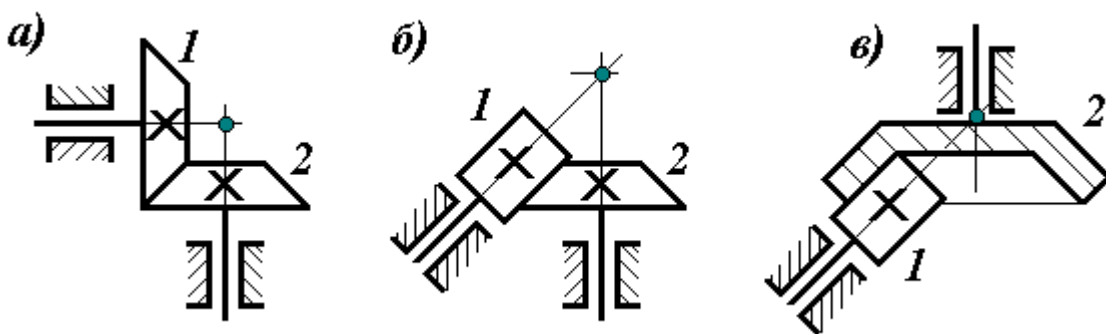


Рис. 4.2. Фрикционные передачи с пересекающимися осями:

а) коническая; б) цилиндро-коническая внешняя;

в) цилиндро-коническая внутренняя

- Конические и цилиндро-конические с пересекающимися осями (рис. 4.2, а, б, в).

- С перекрещивающимися осями (рис. 4.3).

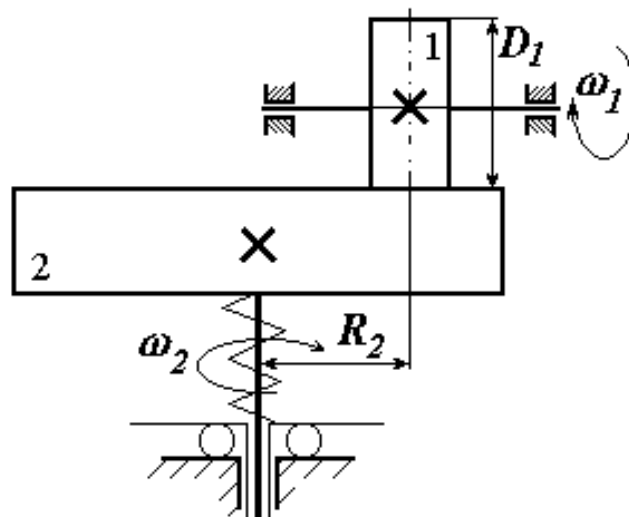


Рис. 4.3. Фрикционная передача с пересекающимися осями

- С плавно регулируемым передаточным отношением (вариаторы) (рис. 4.4).

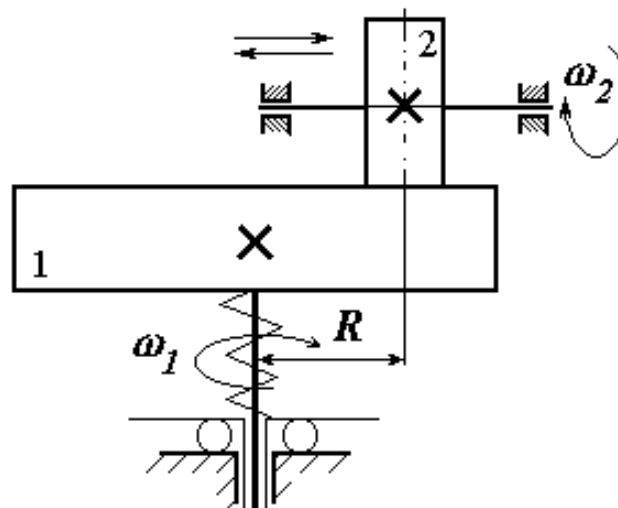


Рис. 4.4. Вариатор

Передаточное отношение вариатора

$$i_{12} = \frac{w_1}{w_2},$$

где $w_1 = \text{пост.}$, $w_2 = f(R)$.

4.2. Цилиндрическая фрикционная передача с параллельными осями катков

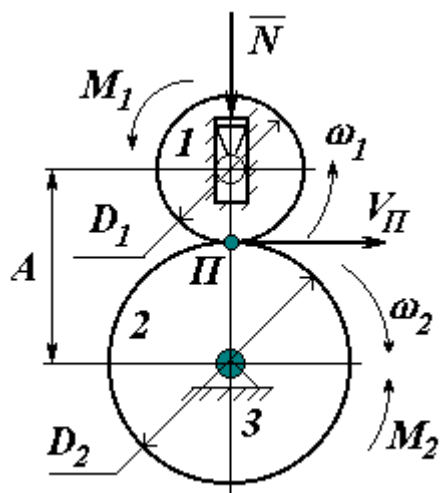


Схема передачи приведена на рис. 4.5.

Обозначения на схеме:

A - межосевое расстояние;

M_1 - крутящий момент на ведущем катке 1;

M_2 - момент сил сопротивления, приложен к ведомому катку 2;

N - нормальное давление между ободами катков; создает требуемую силу трения между катками;

Π - полюс (мгновенный центр относительного вращения катков).

Рис. 4.5. Фрикционная передача
с параллельными осями

Условие, при котором передача работает без проскальзывания катков:

$$M_2^F = F \frac{D_2}{2} = fN \frac{D_2}{2} > M_2, \quad (4.2)$$

где M_2^F — момент сил трения скольжения поверхностей ободов катков;

f — коэффициент трения скольжения этих поверхностей.

При решении условия (4.2) рекомендуется учитывать трение в опорах валов и трение качения катков.

Из соотношения (4.2) следует, что если увеличить коэффициент трения скольжения f поверхностей ободов, то можно уменьшить нормальное давление N между ободами катков, а с ним и габариты передачи, размеры валов, потери мощности на трение в кинематических парах.

Окружная скорость ободов в полюсе Π при работе передачи без проскальзывания:

$$V_{\Pi} = w_1 \frac{D_1}{2} = w_2 \frac{D_2}{2}.$$

Отсюда - передаточное отношение фрикционной передачи (теоретическое):

$$\frac{w_1}{w_2} = i_{12} = \frac{D_2}{D_1}. \quad (4.3)$$

Строго говоря, при работе фрикционной передачи происходит скольжение ободов катков. Различают два вида такого скольжения:

- упругое;
- геометрическое.

В связи с этим соотношение для расчета рабочего передаточного отношения фрикционной передачи отличается от выражения (4.3):

$$i_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{D_2}{D_1(1-e)}, \quad (4.4)$$

где $e = 0,01 \dots 0,03$ — относительное скольжение поверхностей ободов катков.

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФРИКЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ОСЯМИ ВАЛОВ

Исходные данные:

A — межосевое расстояние;

i_{12} — передаточное отношение.

Требуется определить диаметры D_1, D_2 катков. Расчетные зависимости (рис. 4.5):

$$\begin{aligned} D_1 + D_2 &= 2A \\ D_2 / D_1 &= i_{12} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Из совместного решения (4.5) находим диаметры катков:

$$D_1 = \frac{2A}{1+i_{12}}, \quad D_2 = \frac{2Ai_{12}}{1+i_{12}}. \quad (4.6)$$

Во избежание громоздкости передачи рекомендуется принимать диаметр малого катка:

$$D_1 = (6 \dots 10)d,$$

где d — диаметр шейки вала для установки катка.

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ФРИКЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ

Минимальная сила прижатия катков, при которой устраняется их относительное проскальзывание:

$$N_{\min} > \frac{2M_2}{fD_2h}; \quad (4.7)$$

где $h \cong 0,95$ — КПД фрикционной передачи. (Соотношение (4.7) получено из формулы (4.2)).

Для гарантии удовлетворительной работы передачи при расчетах используют т.н. коэффициент запаса сцепления $b = 1,2 \dots 1,8$. Тогда сила прижатия катков определится по формуле

$$N = bN_{\min}. \quad (4.8)$$

ФРИКЦИОННАЯ ПЕРЕДАЧА ЭВАНСА

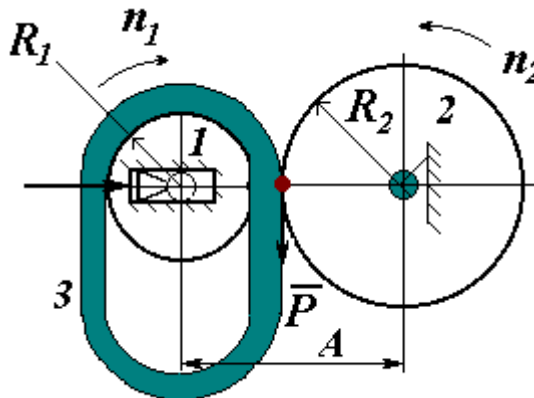


Рис. 4.6. Фрикционная передача Эванса

На малый каток 1 передачи свободно навешивается бесконечный ремень (рис. 4.6). Длина ремня превышает на 30-50 мм длину окружности малого катка. Малый каток прижимается радиальной силой \bar{N} к большому катку 2. Трение возникает между рабочими поверхностями катков и ремнем. Сила прижатия катков (рекомендуемая):

$$N = 3P, \quad (4.9)$$

где P — окружное усилие; оно может быть определено через параметры как малого, так и большого катков. В общем виде

$$P = \frac{75L}{V} = 716,2 \frac{L}{n_i R_i}, \quad (4.10)$$

где R_i — радиус катка, м; n_i — частота вращения катка, об/мин; L — передаваемая мощность, л.с.; $i = 1, 2$.

Ширина ремня 3 принимается равной 25...30 мм, а толщина - 5...6 мм при условии, что ремней будет несколько, вместо одного широкого.

Один ремень шириной 25 мм и 5...6 мм толщиной при окружной скорости катка $V \approx 8$ м/с передает мощность $L = 1$ л.с. Передаваемая мощность пропорциональна скорости V .

Передача Эванса применяется для передачи мощностей до $L = 15$ л.с., при окружных скоростях до $V = 8$ м/с и передаточных отношениях до $i_{12} = 15/1$.

Преимущества передачи: легко изготавливается, дешева, малогабаритна. Недостаток передачи: непостоянство передаточного отношения из-за скольжения катков.

4.3. Фрикционные вариаторы

Назначение: бесступенчатое (плавное) регулирование передаточного отношения механизма.

При передаче вращательного движения вариатор плавно изменяет частоту вращения ведомого вала при неизменной частоте вращения ведущего.

Регулирование передаточного отношения осуществляется путем изменения радиусов катков за счет изменения относительного положения последних. Касание катков в вариаторе может быть внешним и внутренним. Передача вращения может происходить между параллельными, пересекающимися и перекрещивающимися осями. Рабочими поверхностями катков вариатора являются цилиндры, конусы, сфера, плоскость. В случае пересекающихся осей межосевой угол вариатора может быть переменным. Имеются вариаторы с промежуточным звеном (катком) между катками основными. При одном промежуточном звене ведущий и ведомый катки вариатора имеют одно и то же направление вращения.

Диапазон регулирования передаточного отношения достигает в вариаторе 3...6. Коэффициент полезного действия колеблется в пределах 0,85...0,95.

Недостаток фрикционного вариатора как и любого другого фрикционного механизма - это возможность проскальзывания катков, а с ним - нарушение требуемого передаточного отношения.

Рассмотрим кинематику фрикционного вариатора, кинематическая схема которого изображена на рис. 4.7. 1,2 - ведущий и ведомый катки вариатора, K — точка их соприкосновения. I, II - оси катков, перекрещиваются. $D_2 = \text{пост.}$ - диаметр ведомого катка; $x \neq \text{пост.}$ - радиус точки K касания катков.

Линейная скорость катков 1 и 2 в точке К их касания:

$$V_K = w_1 x = w_2 \frac{D_2}{2}.$$

Отсюда передаточное отношение вариатора:

$$i_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{D_2}{2x} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (4.11)$$

где n_1, n_2 — частота вращения катков.

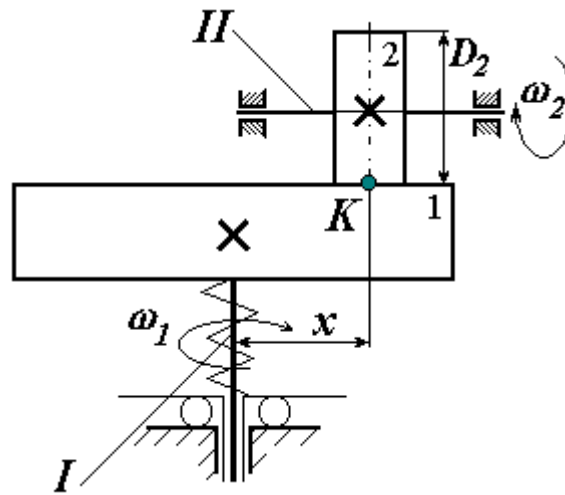


Рис. 4.7. Фрикционный вариатор

Из сопоставления двух последних отношений находим частоту вращения ведомого катка 2:

$$n_2 = \frac{2}{D_2} n_1 x. \quad (4.12)$$

Из формулы (4.12) следует, что с изменением координаты x изменяется соответственным образом и частота вращения n_2 ведомого вала 2 вариатора. Причем это изменение происходит плавно или иначе - бесступенчато.

Механизм вариатора обычно помещается в отдельный корпус, имеет два крайних звена - вход и выход, и рукоятку для регулирования частоты вращения выходного вала (схема на рис. 4.8).

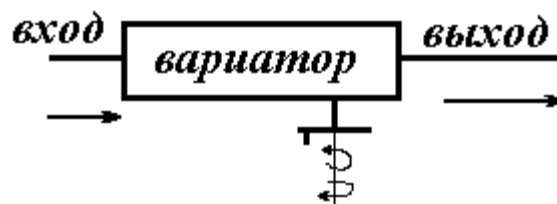


Рис. 4.8. Структурная схема механизма вариатора

Фрикционные передачи, как уже отмечалось, неоднократно проскальзывают при перегрузке. Это приводит к колебаниям передаточного отношения. Поэтому такие передачи используют там, где допустимо нарушение передаточного отношения. Там, где такое нарушение недопустимо, вводят зубчатую передачу.

Глава 5. ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Передача вращения зубчатыми колесами происходит за счет зацепления неровностей ободов колес. Имеются неровности и на ободах катков фрикционной передачи, но там они случайны по форме и размерам (зависят от качества обработки поверхностей ободов).

Неровности обода зубчатого колеса называются зубьями. Они имеют определенную форму и рассчитаны на прочность.

5.1. Зуб колеса и его элементы

Схематично зуб колеса изображен на рис. 5.1:



Рис. 5.1. Схема зуба колеса

5.2. Классификация зубчатых передач

По расположению в пространстве осей вращения колес выделяют передачи с параллельными, пересекающимися и перекрещивающимися осями.

В соответствии с таким подразделением зубчатые колеса имеют следующие геометрические формы:

- цилиндра (оси параллельны) с внешним зацеплением (рис. 5.2, а) и внутренним зацеплением (рис. 5.2, б).

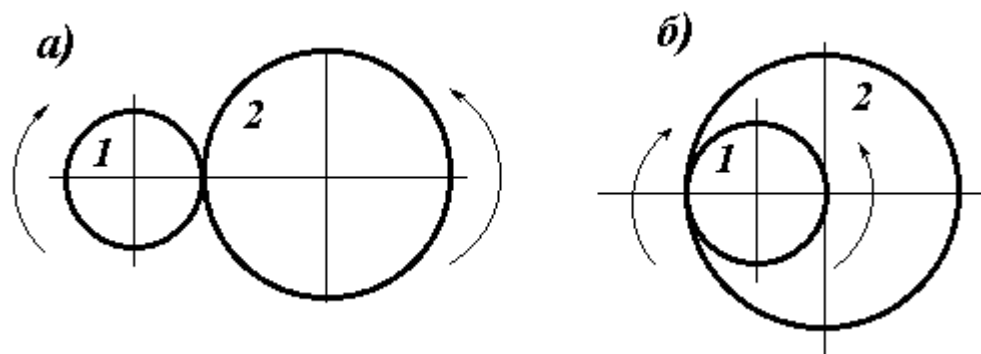


Рис. 5.2. Схемы передач с параллельными осями (цилиндрические):
а) внешнего зацепления; б) внутреннего зацепления

- конуса (оси пересекаются) (рис. 5.3).

Если в зубчатой передаче по рис. 5.3 одно из колес цилиндрическое, передача называется цилиндро-конической.

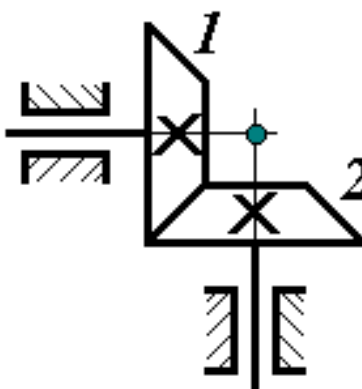


Рис. 5.3. Схема передачи с пересекающимися осями (коническая)

- гиперболоида (оси перекрещиваются) (рис. 5.4).

В зубчатых передачах практически используются не сами гиперболоиды, а их участки. Участки в горловине образуют винтовую передачу, а на концах – коническую гипоидную.

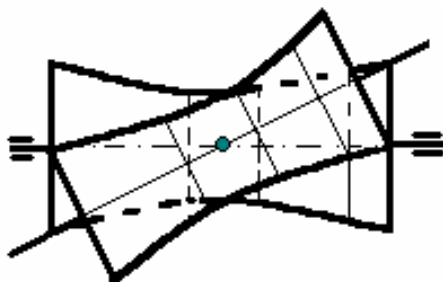


Рис. 5.4. Схема передачи с перекрещивающимися осями (гиперболоидная)

По форме кривых, образующих профиль зуба, зубчатые передачи подразделяются на *эвольвентные* (профиль зуба - дуга эвольвенты), *циклоидальные* (профиль зуба очерчен по циклоидальной кривой), с *круговым* профилем и другие.

По форме зуба зубчатые передачи подразделяются на *прямозубые*, *косозубые*, с *криволинейным зубом* и *червячные* (с цилиндрическим, глобоидным, спирально-дисковым червяком).

Если радиус одного из зубчатых колес внешнего зацепления (рис. 5.2,а) устремлять в бесконечность, то это колесо вырождается в зубчатую рейку, а зубчатая передача - в реечную (рис. 5.5).

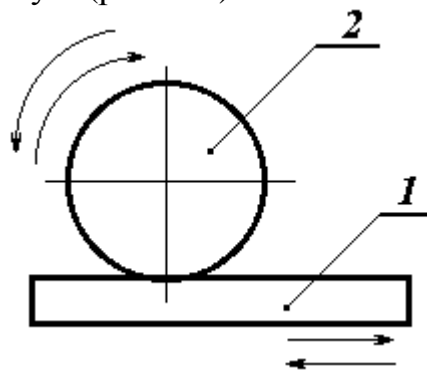


Рис. 5.5. Реечная зубчатая передача: 1- зубчатое колесо; 2- рейка

5.3. Классификация и кинематика зубчатых механизмов

Исходя из конструктивного исполнения и назначения зубчатые механизмы можно классифицировать следующим образом (рис. 5.6).

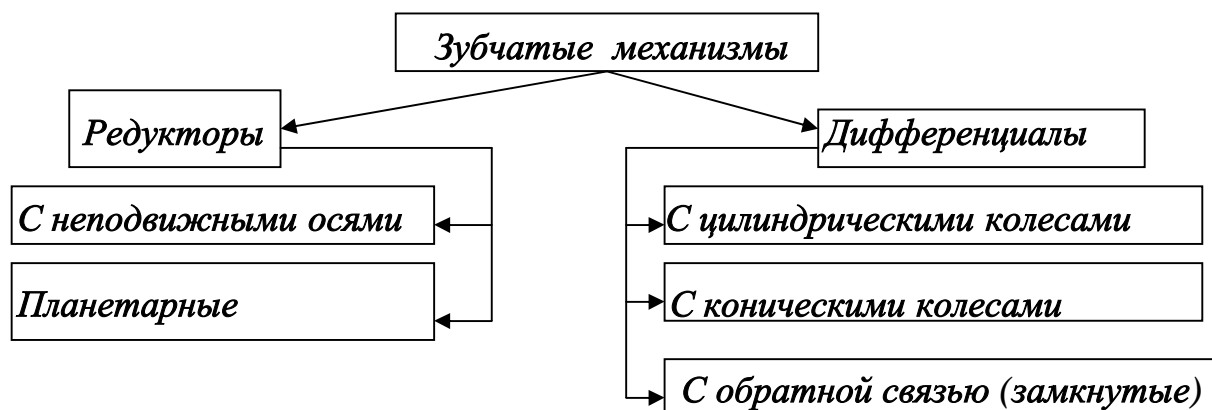


Рис. 5.6. Классификация зубчатых механизмов

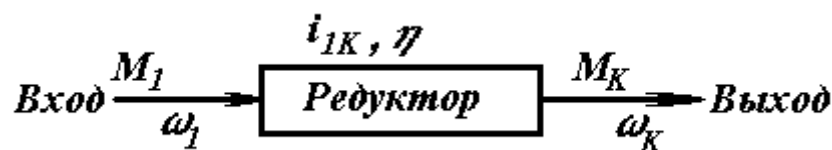


Рис. 5.7. Структурная схема зубчатого редуктора

Зубчатый редуктор имеет 2 крайних звена - входное 1 и выходное К (рис. 5.7). Оси вращения всех колес редуктора занимают неизменное положение на стойке. Подвижность редуктора $W=1$. Назначение редуктора: изменение угловых скоростей крайних звеньев в сторону уменьшения, а крутящих моментов – в сторону увеличения при сохранении передаваемой мощности (без учета потерь на трение внутри редуктора).

Установим зависимость между крутящими моментами на крайних звеньях. Запишем равенство мощностей на входном и выходном валах редуктора:

$$M_1 w_1 h = M_K w_K \quad (5.1)$$

отсюда находим значение крутящего момента на выходном валу редуктора:

$$M_K = M_1 \frac{w_1}{w_K} h = M_1 i_{12} h. \quad (5.2)$$

Передаваемая мощность

$$L_K = L_1 h, \quad (5.3)$$

где h — КПД редуктора; i_{1K} — передаточное отношение.

Кинематическая схема редуктора с неподвижными осями при последовательном соединении отдельных ступеней приведена на рис. 5.8.

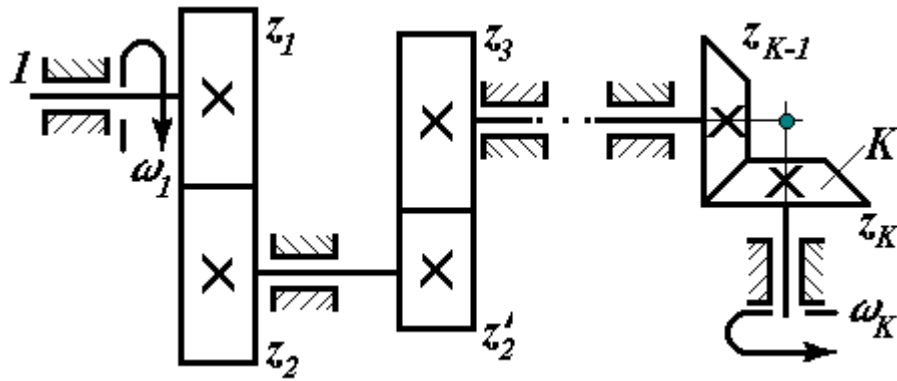


Рис. 5.8. Кинематическая схема редуктора

По определению передаточное отношение передачи равно

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_K.$$

Запишем передаточное отношение отдельных ступеней редуктора:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1},$$

$$i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2},$$

.....

$$i_{(K-1)K} = \frac{\omega_{K-1}}{\omega_K} = \frac{z_K}{z_{K-1}}.$$

Перемножим эти соотношения:

$$i_{12} \cdot i_{23} \cdots i_{(K-1)K} = \frac{\omega_1}{\omega_K} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdots \frac{\omega_{K-1}}{\omega_K} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdots \frac{z_K}{z_{K-1}} = \frac{\omega_1}{\omega_K}.$$

В полученном выражении из угловых скоростей сохраняются только угловые скорости ω_1, ω_K , остальные сокращаются, поэтому искомое передаточное отношение определится формулой

$$i_{1K} = \frac{\omega_1}{\omega_K} = i_{12} \cdot i_{23} \cdots i_{(K-1)K} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdots \frac{z_K}{z_{K-1}}. \quad (5.4)$$

Таким образом, передаточное отношение редуктора, составленного из последовательно соединенных передач с неподвижными осями, равно произведению передаточных отношений отдельных передач.

Примечание. Отношение чисел зубьев колес редуктора в (5.4) называется передаточным числом и обозначается буквой "*u*". Численно передаточное отношение и передаточное число равны между собой (если зубчатые колеса круглые).

КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

Приводим конечную формулу:

$$h = \Pi \cdot h_{\text{опор}} \cdot \Pi \cdot h_{\text{зац}}, \quad (5.5)$$

где Π — знак произведения;

$h_{\text{опор}}$ — КПД отдельного опорного подшипника;

$h_{\text{зац}} \approx 1 - p/2 \cdot f_{\text{зац}} \cdot e_a \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right)$ — КПД зацепления одной ступени

эвольвентных зубчатых колес;

e_a — коэффициент перекрытия зацепления;

$f_{\text{зац}}$ — коэффициент трения скольжения поверхностей зубьев,

(+) - для внешнего, (-) - для внутреннего зацепления.

Второе слагаемое $p/2 f_{\text{зац}} e_a \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right) = j$ — коэффициент потерь

при зацеплении одной ступени.

ДИФФЕРЕНЦИАЛ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

Кинематическая и структурная схемы дифференциала приведены на рис. 5.9, а, б.

Назначение дифференциала: сложение и разложение движений крайних звеньев как задача кинематики.

Крайних звеньев три: звено 1, звено 2 и звено 3. Зубчатые колеса с z_1 и z_3 называются "центральными". Звено 2 с подвижной осью называется "во-

дилем", а зубчатое колесо с z_2 — "сателлитом". Водило обозначено буквой "Н".

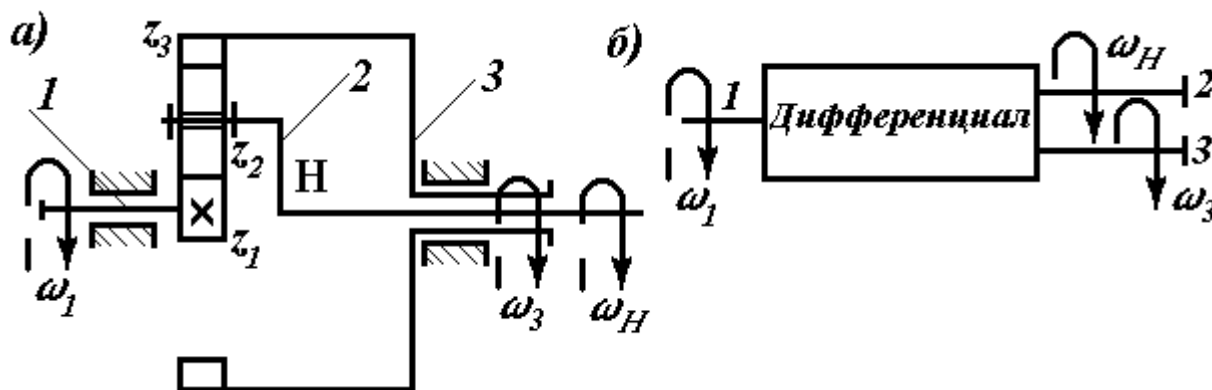


Рис. 5.9. Дифференциальный механизм с цилиндрическими зубчатыми колесами:
а) кинематическая схема; б) структурная схема

Дифференциал с цилиндрическими колесами - механизм плоский. Его подвижность определяется по структурной формуле Чебышева. Результат расчета показывает, что $W_3 = 2$. Это означает, что при помощи дифференциала можно сложить два движения в одно и соответственно разложить одно движение на два.

Дифференциалы применяются в главных передачах транспортных средств, зуборезных станках и в других механизмах.

При трех крайних звеньях передаточный механизм, в частности, зубчатый дифференциал, не может иметь передаточного отношения. Однако угловые скорости крайних звеньев дифференциала находятся в определенном соотношении.

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ УГЛОВЫМИ СКОРОСТЯМИ КРАЙНИХ ЗВЕНЬЕВ

Если в дифференциале остановить водило Н, то он превратится в редуктор с неподвижными осями (рассмотрен ранее), который в данном случае называется *фиктивным*. Остановим водило Н. Для этого обратим движение дифференциала, т.е. сообщим всем его звеньям угловую скорость ($-W_H$). Составим таблицу угловых скоростей крайних звеньев.

Таблица 5.1

Угловые скорости крайних звеньев дифференциала

Крайние звенья	Звено 1	Звено 3	Водило Н
----------------	---------	---------	----------

Дифференциал	W_1	W_3	W_H
Обращение движения	$-W_H$	$-W_H$	$-W_H$
Фиктивный редуктор	$W_1^\phi = W_1 - W_H$	$W_3^\phi = W_3 - W_H$	$W_H - W_H = 0$

Крайними звеньями фиктивного редуктора в рассматриваемом случае являются звенья 1 и 3, поэтому его передаточное отношение находим по формуле

$$i_{13}^\phi = \frac{W_1^\phi}{W_3^\phi} = \frac{W_1 - W_H}{W_3 - W_H}. \quad (5.6)$$

Обобщая на K звеньев, получим

$$i_{1K}^\phi = \frac{W_1 - W_H}{W_K - W_H}. \quad (5.7)$$

Соотношение (5.7) между угловыми скоростями крайних звеньев дифференциала носит название формулы Виллиса. Это основная формула для анализа и синтеза дифференциальных механизмов.

Передаточное отношение фиктивного редуктора применительно в схеме дифференциала на рис. 5.8 определится выражением:

$$i_{13}^\phi = i_{12} i_{23} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_3}{z_2} \right) = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (5.8)$$

Учет знаков передаточных отношений отдельных ступеней фиктивного редуктора обязателен.

ДИФФЕРЕНЦИАЛ С КОНИЧЕСКИМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

Дифференциал с коническими зубчатыми колесами (кинематическая схема на рис. 5.10) находит применение в зуборезных станках, в главной передаче, в частности автомобиля, и ряде других механизмов. Подвижность дифференциала $W = 2$. Найдем соотношение между угловыми скоростями крайних звеньев конического дифференциала.

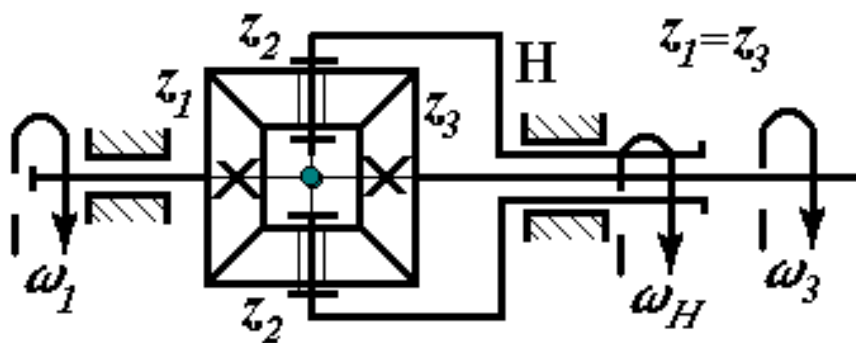


Рис. 5.10. Кинематическая схема дифференциала с коническими зубчатыми колесами

Обратимся к формуле Виллиса (5.7) при $K=3$:

$$i_{13}^{\phi} = \frac{W_1 - W_H}{W_3 - W_H}. \quad (5.9)$$

Передаточное отношение фиктивного редуктора (при остановленном водиле H):

$$i_{13}^{\phi} = - \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_3}{z_2} \right) = - \frac{z_3}{z_1} = -1, \quad (5.10)$$

так как $z_1 = z_3$.

Значение i_{13}^{ϕ} подставляем в (5.9):

$$-1 = \frac{W_1 - W_H}{W_3 - W_H}.$$

Отсюда находим искомое соотношение между крайними звеньями конического дифференциала:

$$2W_H = W_1 + W_3. \quad (5.11)$$

На рис. 5.11 изображена кинематическая схема конического дифференциала главной передачи автомобиля. Ведущим звеном дифференциала является водило H, которое получает вращение от зубчатого колеса 4 (хвостовик). Последнее через карданный вал и коробку перемены передач связано с выходным (коленчатым) валом двигателя.

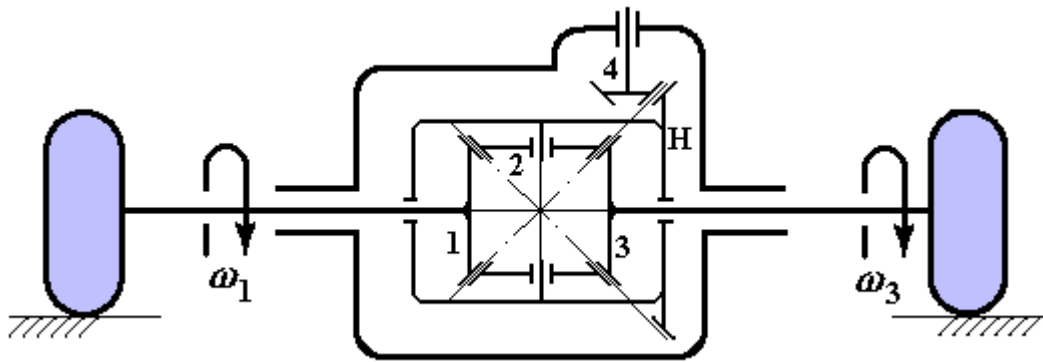


Рис. 5.11. Кинематическая схема конического дифференциала автомобиля

Из соотношения (5.11) угловая скорость водила H:

$$\omega_H = \frac{\omega_1 + \omega_3}{2}. \quad (5.12)$$

При движении автомобиля по прямолинейному участку пути без проскальзывания

$$\omega_1 = \omega_3 = \omega_H. \quad (5.13)$$

Дифференциал автомобиля включается в работу только при поворотах и езде по неровной дороге.

ПЛАНЕТАРНЫЙ РЕДУКТОР

Остановим одно из центральных колес дифференциала с цилиндрическими колесами, кинематическая схема которого изображена на рис. 5.9, например, центральное колесо 3. Получим т.н. планетарный редуктор (рис. 5.12).

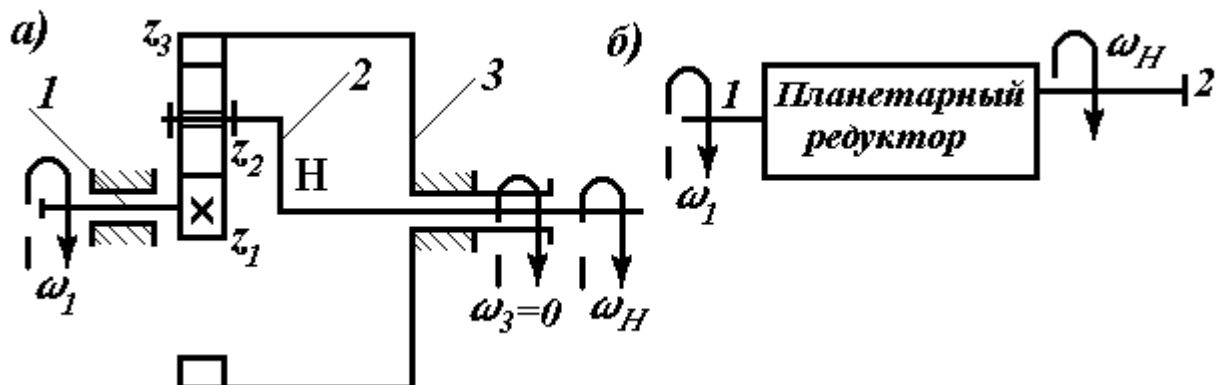


Рис. 5.12. Планетарный редуктор:
а) кинематическая схема; б) структурная схема

Подвижность механизма (формула Чебышева):

$$W_3 = 3(n-1) - (2P_1 + 1P_2) = 3(4-1) - (2 \cdot 3 + 1 \cdot 2) = 1.$$

Отсюда следует, что планетарный редуктор как и редуктор с неподвижными осями служит для редуцирования движения крайних звеньев, которых 2 (звенья 1 и Н), передачи мощности и изменения крутящего момента в сторону увеличения.

П е р е д а т о ч н о е о т н о ш е н и е . Допустим, что в формуле Виллиса (5.6) $W_3 = 0$ (в соответствии со схемой, рис. 5.12):

$$i_{13}^{\phi} = \frac{W_1 - W_H}{0 - W_H} = -\frac{W_1}{W_H} + 1 = -i_{1H}^{nl} + 1.$$

Отсюда находим передаточное отношение планетарного редуктора при передаче движения от вала 1 к водилу Н:

$$i_{1H}^{nl} = 1 - i_{13}^{\phi}. \quad (5.14)$$

При передаче движения в обратном направлении от водила Н к валу 1:

$$i_{H1}^{nl} = \frac{1}{i_{1H}^{nl}} = \frac{1}{1 - i_{13}^{\phi}}. \quad (5.15)$$

Особенность планетарного редуктора в отношении кинематики заключается в том, что его передаточное отношение может быть достаточно большим (соотношение (5.15)) и достаточно малым (соотношение (5.14)), если передаточное отношение фиктивного редуктора будет близко к единице.

ДИФФЕРЕНЦИАЛ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Другое название дифференциала – замкнутый (рис. 5.13). Цепь, составленная из зубчатых колес с z_3, z_4, z_5 , "замыкает" дифференциал, лишая его одной степени свободы. Водило Н в отличие от дифференциала без обратной связи, перестает быть крайним звеном.

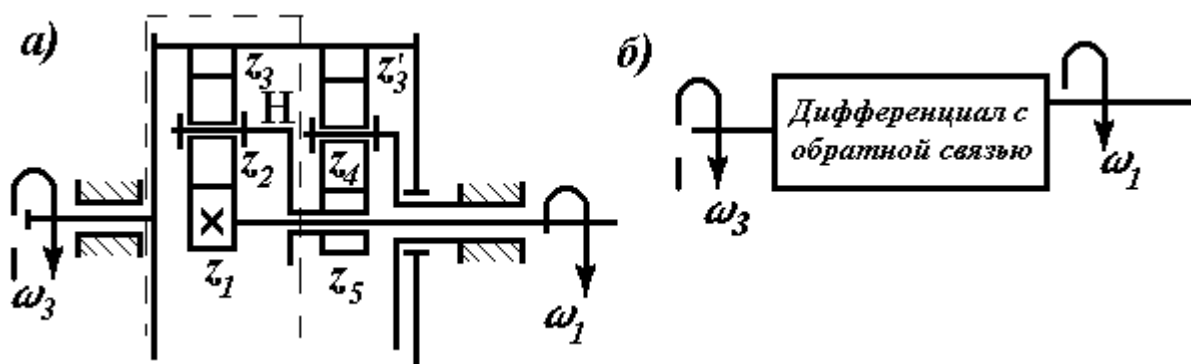


Рис. 5.13. Замкнутый дифференциальный механизм:
а) кинематическая схема; б) структурная схема

Таким образом, подвижность замкнутого дифференциала $W_3 = 1$. На значение дифференциала - передача мощности и изменение величины крутящего момента.

Ставится задача - определить передаточное отношение между валами 1 и 3, т.е. $i_{13} = W_1 / W_3$.

П о с л е д о в а т е л ь н о с т ь р а с ч е т а

1. Выделить планетарную ступень дифференциала. На схеме дифференциала эта ступень выделена пунктиром.

2. Для планетарной ступени записать формулу Виллиса (5.7) при $K=3$:

$$i_{13}^{\phi} = \frac{W_1 - W_H}{W_3 - W_H} = \frac{W_1 - W_5}{W_3 - W_5}, \text{ т.к. } W_H = W_5.$$

3. Преобразовать формулу Виллиса таким образом, чтобы в нее вошло искомое передаточное отношение i_{13} . Для этого следует числитель и знаменатель правой части формулы разделить в данном случае на W_3 :

$$i_{13}^{\phi} = \frac{W_1 / W_3 - W_5 / W_3}{W_3 / W_3 - W_5 / W_3} = \frac{i_{13} - i_{53}}{1 - i_{53}}.$$

4. Решить полученное выражение относительно искомого передаточного отношения i_{13} :

$$i_{13} = i_{13}^{\phi}(1 - i_{53}) + i_{53}, \quad (5.16)$$

где $i_{13}^{\phi} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_3}{z_2} \right) = -\frac{z_3}{z_1}$ - передаточное отношение фиктивного редуктора;

$$i_{53} = \left(-\frac{z_4}{z_5} \right) \left(\frac{z_3'}{z_4} \right) = -\frac{z_3'}{z_5} \text{ — передаточное отношение обратной связи.}$$

Если неизвестно число зубьев отдельных колес, то их определение производится следующим образом.

Для планетарной ступени дифференциала (схема на рис. 5.12) можно написать равенство:

$$\frac{1}{2}d_3 = d_2 + \frac{1}{2}d_1.$$

Для обратной связи:

$$\frac{1}{2}d_3' = d_4 + \frac{1}{2}d_5,$$

где через $d_i (i=1,2,...)$ обозначены диаметры делительных цилиндров зубчатых колес.

Модули зубьев у зацепляющихся колес одинаковы, поэтому значения делительных диаметров колес:

планетарной ступени

$$\frac{1}{2}mz_3 = mz_2 + \frac{1}{2}mz_1,$$

обратной связи

$$\frac{1}{2}m_1z_3' = m_1z_4 + \frac{1}{2}m_1z_5.$$

Исключая модули m_i зубьев, получим равенства, связывающие числа зубьев колес:

планетарной ступени

$$\frac{1}{2}z_3 = z_2 + \frac{1}{2}z_1, \quad (5.17)$$

обратной связи

$$\frac{1}{2}z_3' = z_4 + \frac{1}{2}z_5. \quad (5.18)$$

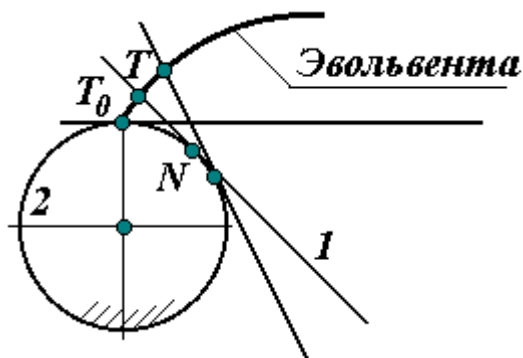
Примечание. Равенства (5.17) и (5.18) справедливы только в том случае, когда передачи, образованные зубчатыми колесами планетарной ступени и обратной связи, нулевые.

В ряде случаев замкнутые дифференциалы содержат несколько планетарных ступеней, соединенных последовательно. Кинематика таких дифференциалов исследуется последовательным переходом от рассмотрения одной планетарной ступени к другой.

5.4. Эвольвентная зубчатая передача

Эвольвентное зацепление (зацепление Эйлера) предложено Леонардом Эйлером в 1765 г. У эвольвентного зубчатого колеса торцовый профиль зуба - дуга эвольвенты.

ГЕОМЕТРИЯ ЭВОЛЬВЕНТЫ И ЕЕ СВОЙСТВА



Прямая 1 обкатывается без скольжения по окружности 2 в плоскости окружности (рис. 5.14). Каждая точка T прямой описывает *эвольвенту*. Прямая называется *производящей*, окружность *основной* (на ней лежит основание эвольвенты).

N - центр кривизны, NT- радиус кривизны эвольвенты в точке T.

Рис. 5.14. Схема образования Эвольвенты

Основные геометрические элементы эвольвенты показаны на рисунке 5.15.

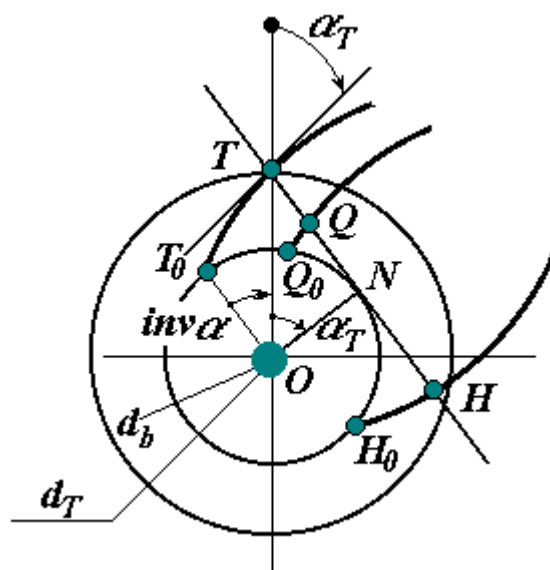


Рис. 5.15. Элементы геометрии эвольвенты

Свойства эвольвенты

1. Эвольвента определяется диаметром d_b основной окружности (рис.5.15). Все эвольвенты одной основной окружности совершенно одинаковы.

2. Начало (основание T_0) эвольвенты лежит на основной окружности. Внутри основной окружности эвольвенты нет.

3. Нормаль к эвольвенте является одновременно касательной к основной окружности.

ТН - общая нормаль к построенным эвольвентам в точках Т, Q и Н. Она касается основной окружности в точке N.

4. Точка касания нормали к эвольвенте с основной окружностью является центром кривизны эвольвенты.

N- центр кривизны эвольвент в точках Т, Q и Н.

5. Радиус кривизны эвольвенты в ее основании (точки Т₀, Q₀, Н₀) равен нулю, поэтому нельзя допускать работы эвольвенты вблизи ее основания во избежание пластических деформаций зуба.

ПРОФИЛЬНЫЙ УГОЛ

Угол между эвольвентой в выбранной точке (Т) и радиальной прямой, проведенной через эту точку из центра основной окружности, называется профильным углом эвольвенты (a_T).

ИНВОЛЮТА ПРОФИЛЬНОГО УГЛА

Угол между двумя радиусами, один из которых проведен в основание эвольвенты, а другой – через точку эвольвенты, в которой берется профильный угол, называется инволютой профильного угла. Значение этого угла:

$$\text{inv} a_T = \text{tg} a_T - a_T. \quad (5.19)$$

a_T – в радианах.

КАРТИНА ЗАЦЕПЛЕНИЯ, ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНОЛОГИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Эвольвентная зубчатая передача получила широкое распространение в технике, в первую очередь благодаря своим свойствам. Отметим основные из них. Картина зацепления зубчатой передачи показана на рис. 5.16.

1. Не изменяя диаметров d_{b1} и d_{b2} основных окружностей, можно увеличить межосевое расстояние a_w . Эвольвенты Э1 и Э2 при этом сохраняются, т.к. сохраняются их основные окружности. Сохранится и величина передаточного отношения i_{12} .

Следовательно, с точки зрения кинематики эвольвентная зубчатая передача допускает сборку с расширенным допуском на межосевое расстояние.

Увеличение межосевого расстояния не отражается на передаточном отношении, пока обеспечивается непрерывность зацепления зубьев.

2. Эвольвентные зубчатые колеса с высокой точностью и производительностью изготавливаются способом огибания. Все колеса одного модуля могут быть нарезаны одним и тем же инструментом, независимо от числа зубьев колес.

3. Контроль эвольвентных зубчатых колес проще, чем других. Главная контролируемая величина - основной окружной шаг.

4. Инструментальная рейка, предназначенная для нарезания эвольвентных зубчатых колес способом огибания, имеет прямолинейный профиль и поэтому проста в изготовлении.

КОНТАКТНАЯ ТОЧКА. КОНТАКТНАЯ НОРМАЛЬ. КОНТАКТНАЯ ЛИНИЯ (ЛИНИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ)

На рис. 5.16 через Э1 и Э2 обозначены эвольвентные профили зубьев зацепляющихся колес 1 и 2. Точка Т - точка касания этих профилей в произвольном положении. Отрезок прямой N_1N_2 , будучи перпендикулярен к обоим профилям в контактной точке Т, касается основных окружностей колес в точках N_1 и N_2 .

В теории эвольвентного зацепления отрезок N_1N_2 , являясь геометрическим местом контактных точек Т, носит название **теоретической линии зацепления** передачи. При зацеплении профилей Э1 и Э2 в пределах этой линии передаточное отношение эвольвентной передачи сохраняет заданное значение.

Зубчатые колеса ограничиваются в радиальном направлении окружностями вершин О.В.1 и О.В.2 колес. Эти окружности отсекают от линии N_1N_2 отрезок $ав$, поэтому только в пределах этого отрезка происходит фактическое зацепление профилей Э1 и Э2. Если в точке $а$ профили начинают соприкасаться, то в точке $в$ зацепление профилей заканчивается, или в обратном порядке. Вне этого отрезка зацепление профилей не происходит, т.к. нет самих профилей. Отрезок $ав$ поэтому называют **рабочим участком зацепления**.

$$d_{w2} = \frac{2a_w i_{12}}{1+i_{12}}, \quad (5.21)$$

где a_w — межосевое расстояние передачи;

i_{12} — передаточное отношение.

ПЕРЕДАТОЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ ПЕРЕДАЧИ

Линейная скорость \bar{V}_Π в полюсе зацепления П:

$$V_\Pi = w_1 \cdot O_1\Pi = w_2 \cdot O_2\Pi.$$

Отсюда находим

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{O_2\Pi}{O_1\Pi} = i_{12}. \quad (5.22)$$

Из соотношения (5.22) следует: угловое передаточное отношение i_{12} будет постоянным, если положение полюса зацепления П на линии межосевого расстояния O_1O_2 будет неизменным, т.е. если зубчатые колеса будут иметь круглую форму.

УГОЛ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПЕРЕДАЧИ

На рис. 5.16 этот угол обозначен α_w . Угол зацепления определяется как угол между нормалью к линии межосевого расстояния O_1O_2 в полюсе зацепления П и линией зацепления N_1N_2 .

ТЕОРЕМА ВИЛЛИСА. СОПРЯЖЕННЫЕ ПРОФИЛИ

Основная теорема плоского зацепления сформулирована Виллисом и носит его имя. В ней подчеркивается, что для обеспечения заданного передаточного отношения необходимо и достаточно, чтобы нормаль к профилям зубьев в контактных точках (контактная нормаль) пересекала бы в процессе зацепления профилией линию межосевого расстояния передачи все время в одной и той же точке.

В эвольвентном зацеплении контактной нормалью является линия зацепления N_1N_2 , а точкой линии межосевого расстояния, через которую она проходит при зацеплении зубьев — полюс зацепления П передачи.

Следует отметить, что теорема зацепления удовлетворяется и в том случае, если профиль зубьев одного из колес выбран произвольно, а профиль зубьев парного колеса построен как сопряженный выбранному.

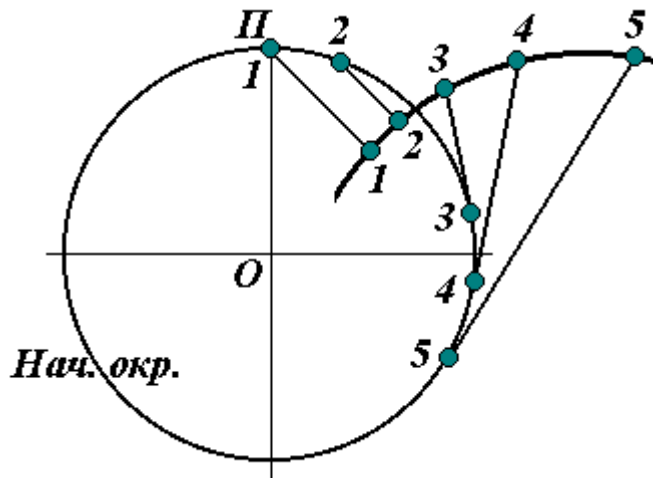


Рис. 5.17. Нормали к профилю зуба

Следствия из теоремы Виллиса:

1. Точка профиля зуба работает только тогда, когда нормаль к профилю в ней проходит через полюс зацепления П. Обе нормали в точке Т касания профилей сливаются в одну и проходят через полюс П.
2. Нормали к профилю в его рабочей части должны пересекать начальную окружность зубчатого колеса (рис. 5.17).
3. Точки рабочего профиля работают в том порядке, в каком нормали в них проходят через полюс зацепления П (рис. 5.17).
4. Рабочие профили проскальзывают при зацеплении. Скорость скольжения профилей (внешнее зацепление):

$$V_{12} = (w_1 + w_2) ПТ. \quad (5.23)$$

Основной теореме плоского зацепления должно удовлетворять любое плоское зацепление, предназначенное для обеспечения заданного углового передаточного отношения.

ОКРУЖНОЙ ШАГ

Зубья колеса располагаются по окружности на расстоянии окружного шага. **Окружной шаг** - это расстояние между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по дуге окружности, концентричной основной (рис. 5.18). Окружной шаг обозначается буквой Р. Ему приписывается название той окружности, по которой он измеряется.

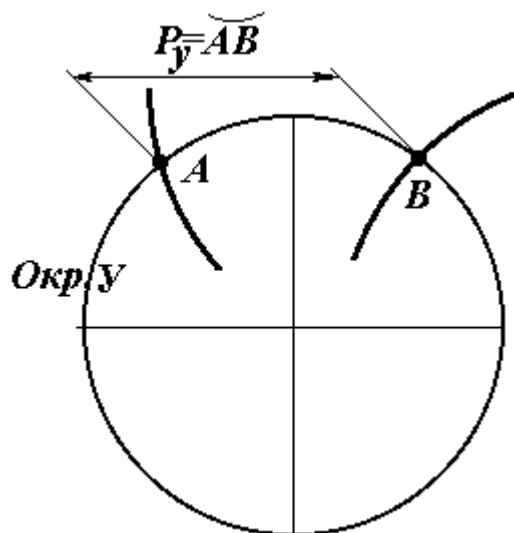


Рис. 5.18. Окружной шаг зубьев

Окружной шаг, измеренный по основной окружности, называется основным окружным шагом - P_b , а измеренный по начальной окружности - шагом зацепления - P_w .

ДУГА ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Дугой зацепления называется дуга начальной окружности колеса, отсекаемая нормальными, проведенными в крайних точках рабочего профиля зуба (рис. 5.19). За время работы одной пары профилей начальные окружности

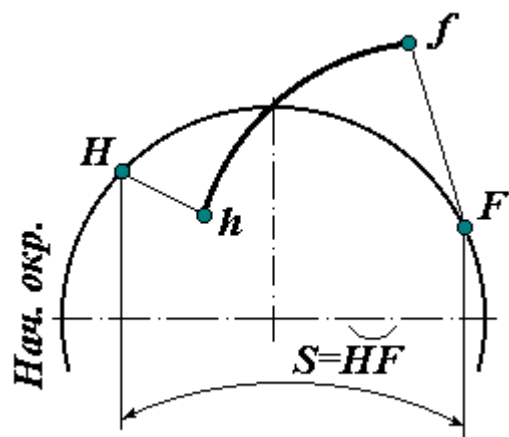


Рис. 5.19. Дуга зацепления

колес перекатываются друг по другу на расстояние, равное дуге зацепления. Дуги зацепления обоих колес передачи одинаковы. На рис. 5.19 hf — рабочий профиль зуба, $S = HF$ — дуга зацепления.

ЭВОЛЬВЕНТНАЯ РЕЙКА

Обратимся к схеме на рис. 5.20. Радиус кривизны эвольвенты в полюсе зацепления П:

$$NP = OP \cdot \sin \alpha_w.$$

Если $OP \rightarrow \infty$, то и $NP \rightarrow \infty$.

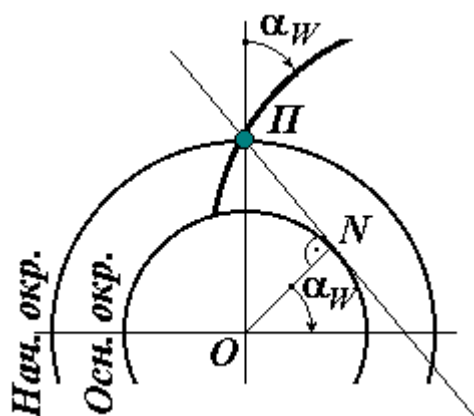


Рис. 5.20. Радиус кривизны эвольвенты

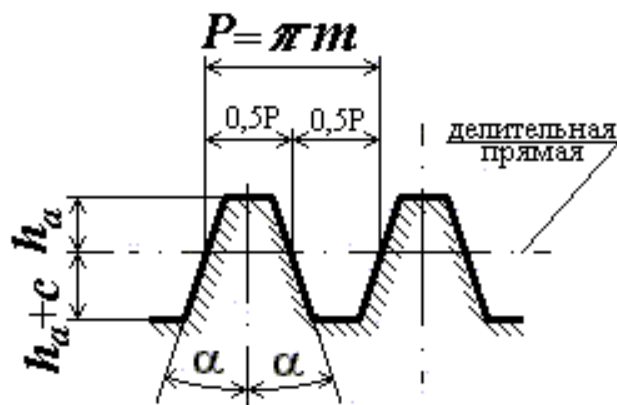


Рис. 5.21. Эвольвентная рейка

При этом условии эвольвентное зубчатое колесо вырождается в эвольвентную зубчатую рейку (рис. 5.21). Профиль зуба эвольвентной рейки - прямая линия, α — угол профиля.

Эвольвентная рейка кладется в основу построения эвольвентного зацепления и конструирования реечного инструмента для нарезания эвольвентных зубчатых колес способом огибания.

По ГОСТ 13755-81: $\alpha = 20^\circ$, $c = 0,25m$, $h_a = m$, где m — расчетный модуль зубьев.

Контур стандартной эвольвентной рейки называется исходным контуром.

ДЕЛИТЕЛЬНАЯ ОКРУЖНОСТЬ

Обратимся к реечной передаче (рис. 5.5). Начальная окружность зубчатого колеса при его зацеплении с зубчатой рейкой называется *делительной окружностью*. Ее диаметр - величина постоянная для колеса. Он равен

$$d = mz. \quad (5.24)$$

где m — расчетный модуль зубьев; z — число зубьев колеса.

Делительная окружность является базовой для определения размеров зубьев колеса.

МОДУЛЬ ЗУБЬЕВ

Выразим длину окружности зубчатого колеса через число зубьев z и окружной шаг P_y (рис. 5.18):

$$P_y = pd_y = zP_y.$$

Отсюда найдем диаметр окружности

$$d_y = z \frac{P_y}{p}.$$

Как следует из полученного соотношения, диаметр d_y является величиной иррациональной (бесконечной). Для устранения указанной иррациональности введено понятие *модуля зубьев*. На окружности диаметра d_y модуль зубьев равен

$$m_y = \frac{P_y}{p}.$$

С целью сокращения номенклатуры зуборезного инструмента модуль зубьев стандартизован - стандарт СЭВ 310-76.

Стандартный (расчетный) модуль зубьев определяется как отношение окружного шага по делительной окружности колеса (или шага стандартной рейки) к числу p :

$$m = \frac{P}{p}, \text{ мм.} \quad (5.25)$$

Расчетный модуль зубьев - главный параметр колеса и передачи: входит во все геометрические и прочностные расчеты. Через модуль зубьев выражаются размеры зуба, колеса и передачи.

В странах с дюймовой системой мер вместо модуля зубьев используется диаметральный *питч* - отношение числа зубьев колеса к делительному диаметру в дюймах:

$$pitch = \frac{z}{d''} = \frac{25,4}{m}, \quad (5.26)$$

где m — расчетный модуль зубьев.

Соотношение (5.26) позволяет пересчитать параметры передачи, выраженные в долях питча, в параметры, выраженные через модуль зубьев (метрическая система мер). Однако при этом значение модуля зубьев, полученное из соотношения (5.26), может оказаться нестандартным. А это обстоятельство потребует уже изготовления специального нестандартного зуборезного инструмента для нарезания колес данной передачи.

КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕКРЫТИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Зубья колес приходят во взаимное соприкосновение только на линии зацепления N_1N_2 в пределах ее рабочего участка (рис. 5.16). При работе передачи процесс зацепления зубьев должен быть непрерывным - соседние пары

зубьев должны перекрывать работу друг друга. Это осуществимо только при условии, что рабочий участок \overline{ab} линии зацепления N_1N_2 больше основного окружного шага зубьев, т.е. $\overline{ab} > P_b$ (рис. 5.22). Отношение рабочего участка линии зацепления к основному окружному шагу называется *коэффициентом перекрытия эвольвентного зацепления*:

$$e_a = \frac{ab}{P_b}. \quad (5.27)$$

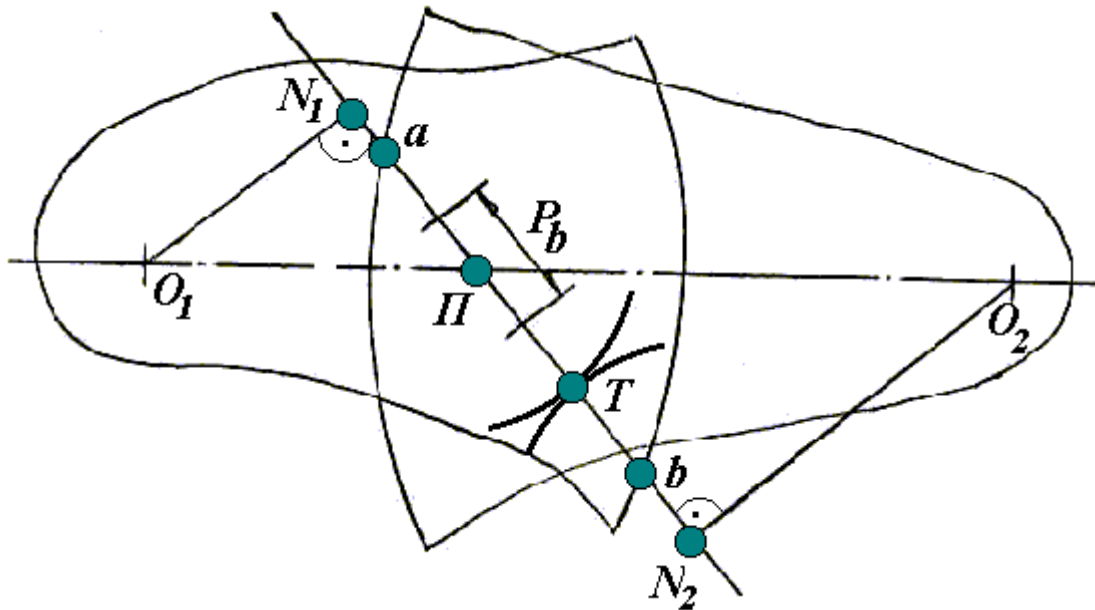


Рис. 5.22. Элементы зацепления к расчету коэффициента перекрытия

Из геометрии эвольвентной рейки (рис. 5.21), следует, что основной окружной шаг

$$P_b = P \cos \alpha = p m \cos \alpha.$$

С учетом его значения соотношение (5.27) принимает окончательный вид:

$$e_a = \frac{ab}{p m \cos \alpha}. \quad (5.28)$$

Соотношение (5.28) определяет коэффициент перекрытия эвольвентного зацепления в торцовом сечении передачи. Следует иметь в виду, что при $e_a < 1$ передача вращения будет происходить с перерывами, будет нарушаться заданное передаточное отношение, передача будет работать с ударами.

СПОСОБЫ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Различают два способа изготовления зубчатых колес: способ копирования и способ огибания (обкатки).

Основные методы изготовления зубчатых колес способом копированием - это литье, штамповка, фрезерование дисковыми и пальцевыми фрезами.

К способу огибания относятся следующие методы: фрезерование червячной фрезой, строгание долбяком, накатка и доводочные операции - шлифование, шевингование и др.

При нарезании зубьев способом огибания имитируется зацепление передачи, составленной из нарезаемой заготовки и инструмента. Такое зацепление принято именовать станочным. Движение инструмента и нарезаемой заготовки колеса взаимосвязаны станочным передаточным отношением.

При нарезании зубьев как способом копирования, так и способом огибания, исходной является заготовка, диаметр которой равен диаметру окружности вершин зубьев будущего зубчатого колеса.

В качестве материала для заготовки колеса применяется сталь различных марок - литая или ковкая, чугун, цветные металлы, пластмассы, дерево и т.д. - в зависимости от условий работы зубчатой передачи.

При нарезании зубчатого колеса способом копирования зуборезному инструменту (фрезе дисковой или пальцевой) сообщается вращательное движение вокруг своей оси (движение резания) и поступательное движение вдоль оси заготовки колеса (движение подачи, формирующее зуб по длине).

Фреза за один ход при глубине врезания в заготовку колеса, равной высоте зуба, прорезает в заготовке одну впадину между двумя соседними зубьями. Профиль фрезы в ее осевом сечении соответствует профилю впадины между зубьями колеса.

Фреза после прорезания впадины возвращается в исходное положение, заготовка колеса поворачивается на угол, равный $360^\circ/z$ (z - число нарезаемых зубьев), и процесс повторяется.

Для нарезания зубьев способом копирования используется набор дисковых фрез. Имеется четыре типа наборов, состоящих из 3, 8, 15 и 26 фрез. Из каждого набора только одна фреза может точно воспроизвести профиль зуба на заготовке колеса определенного модуля с определенным числом зубьев.

Если, например, дисковой фрезой данного модуля точно профилируется колесо с 23-мя зубьями, то использование этой же фрезы для нарезания заготовок того же модуля, но с количеством зубьев - 21, 22, 24, приводит уже к отклонениям в форме профиля.

О с о б е н н о с т и с п о с о б а к о п и р о в а н и я :

1. Способ требует наличия большого ассортимента инструмента.
2. Зубчатые колеса, изготовленные стандартным инструментом, имеют невысокую точность и поэтому непригодны для ответственных передач.
3. Способ, как правило, применяется для нарезания прямозубых колес.

Особенности способа огибания:

1. Процесс нарезания зубьев непрерывен.
2. Одним и тем же инструментом нарезаются все колеса одного и того же модуля зубьев независимо от числа зубьев.
3. Способ огибания - способ точный и производительный.

5.5. Геометрия эвольвентного зацепления и расчет размеров

УСТАНОВКА ИНСТРУМЕНТА ПРИ НАРЕЗАНИИ КОЛЕСА

Рассмотрим нарезание зубчатых колес способом огибания инструментом реечного типа (например, червячной фрезой).

Для взаимной установки в заготовке колеса и инструменте выделяют характерные линии (рис. 5.23): в заготовке колеса - делительную окружность (1), в инструменте - среднюю линию (2).

Различают три вида установок инструмента при нарезании колеса:

1. **Нулевая установка** - средняя линия инструмента касается делительной окружности заготовки колеса (рис. 5.23, а). Зубчатое колесо, нарезанное при нулевой установке инструмента, называется **нулевым**.
2. **Положительная установка** - средняя линия инструмента находится на некотором расстоянии от делительной окружности заготовки колеса (рис. 5.23, б). Это расстояние называется смещением инструмента. Зубчатое колесо, нарезанное при положительной установке инструмента, называется **положительным**.
3. **Отрицательная установка** - средняя линия инструмента, пересекает делительную окружность заготовки колеса (рис. 5.23, в).

Зубчатое колесо, нарезанное при отрицательной установке инструмента, называется **отрицательным**.

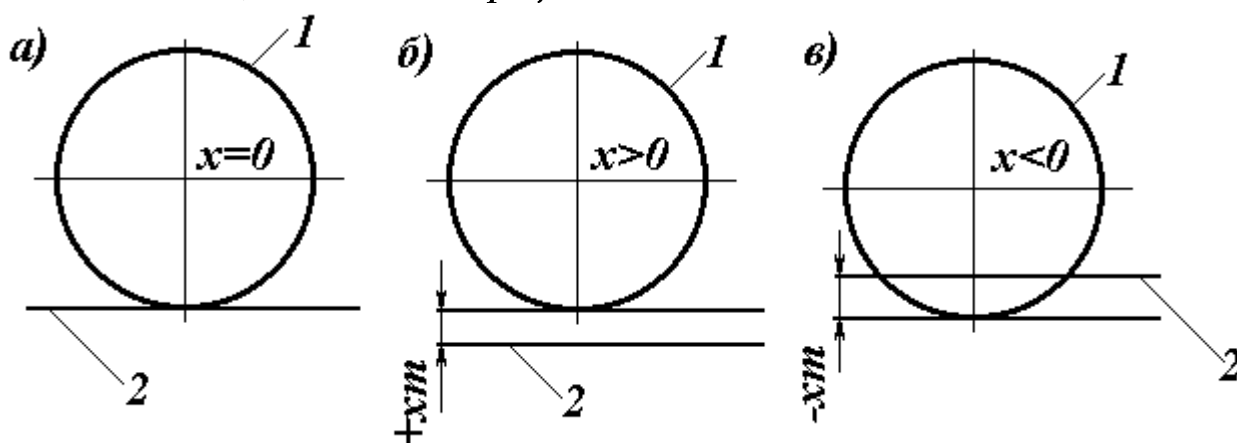


Рис. 5.23. Варианты установок инструмента при нарезании колеса:

а) нулевая установка; б) положительная установка; в) отрицательная установка

Установка инструмента характеризуется коэффициентом смещения x : при нулевой установке $x=0$, при положительной $x>0$, при отрицательной $x<0$.

Коэффициент смещения есть смещение инструмента, приходящееся на единицу модуля зубьев:

$$x = \frac{xm}{m},$$

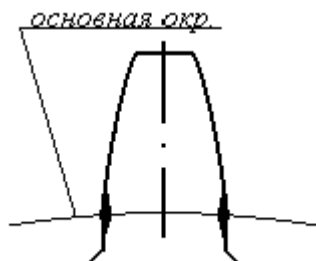
где xm — абсолютное смещение инструмента, мм.

Установка инструмента при нарезании влияет на геометрию и качество нарезаемого колеса и передачи в целом. Например, надлежащая установка инструмента позволяет:

1. Избежать подреза зуба нарезаемого колеса.
2. Увеличить толщину ножки зуба и, следовательно, его изгибную прочность.
3. Увеличить приведенный радиус кривизны в зацеплении, а значит и нагрузочную способность передачи по контактным напряжениям.
4. Выровнять удельные скольжения зубьев и соответственно - износ зубьев.
5. Улучшить образование и стойкость масляного клина в зацеплении и в итоге повысить КПД передачи.
6. "Вписать" передачу в заданное межосевое расстояние.

ПОДРЕЗАНИЕ ЗУБА. МИНИМАЛЬНОЕ ЧИСЛО ЗУБЬЕВ КОЛЕСА БЕЗ ПОДРЕЗА. УСТРАНЕНИЕ ПОДРЕЗАНИЯ

Подрезание зуба происходит при нарезании способом огибания колеса с малым числом зубьев при нулевой установке инструмента. При нарезании инструмент срезает не предусмотренную обработкой часть профиля на ножке зуба (рис. 5.24). Подрезание ведет к сокращению рабочего участка профиля, к уменьшению изгибной прочности зуба и коэффициента перекрытия зацепления.



Подрезание зуба прямо связано с числом зубьев нарезаемого колеса.

При нарезании зубьев колеса инструментом реечного типа при нулевой установке последнего минимальное число зубьев определяется соотношением:

Рис. 5.24. Подрезание профиля зуба колеса

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 a}, \quad (5.29)$$

где h_a^* — коэффициент высоты головки зуба;

a — угол профиля инструмента.

При стандартных значениях $a = 20^\circ, h_a^* = 1$

$$z_{\min} = 17.$$

Таким образом, если колесо, нарезаемое инструментом реечного типа при нулевой установке, имеет число зубьев $z < z_{\min}$, то его зубья будут подрезаны.

На практике иногда допускают небольшое подрезание ножки зуба. Тогда за минимальное число зубьев принимают

$$z'_{\min} = \frac{5}{6} z_{\min}. \quad (5.30)$$

При $a = 20^\circ, h_a^* = 1$

$$z'_{\min} = 14.$$

При нарезании колеса с числом зубьев $z = z'_{\min}$ инструмент при нулевой установке срезает незначительную часть эвольвенты ножки зуба — ту часть, которая фактически не может участвовать в работе из-за пластических деформаций. Срезание такого участка практически не сказывается на работе передачи, хотя при этом происходит незначительное снижение изгибной прочности зуба.

Подрезание зуба устраняется путем положительной установки инструмента (рис. 5.23, б). Коэффициент x относительного смещения инструмента для устранения подрезания зубьев рассчитывают по соотношению:

$$x_{\text{подр}} = \frac{h_a^* (z_{\min} - z)}{z_{\min}}. \quad (5.31)$$

При стандартных значениях параметров

$$x_{\text{подр}} = \frac{17 - z}{17}, \quad (5.32)$$

где z — число зубьев нарезаемого колеса.

Смещение инструмента при коэффициенте $x_{\text{подр}}$, найденном по формуле (5.32), устраняет подрезание зубьев полностью.

Если смещение инструмента определяется по коэффициенту относительного смещения

$$x'_{\text{подр}} = \frac{14-z}{17}, \quad (5.33)$$

то при нарезании колеса происходит допустимый подрез зубьев.

С допустимым подрезом нарезаются колеса с числом зубьев $z \leq 10$ с целью исключения заострения зубьев на окружности вершин. Окружная ширина площадки зуба на окружности вершин не рекомендуется меньше $0,3m$, где m – расчетный модуль зубьев.

РАСЧЕТ РАЗМЕРОВ КОЛЕСА

Определим размеры эвольвентного зубчатого колеса с учетом смещения инструмента. Исходный контур инструмента соответствует ГОСТ 13755-81.

Следует отметить, что коэффициент x смещения инструмента выбирается в общем случае не только для устранения подрезания зубьев, но и для улучшения качества передачи в целом.

Полагаем $x > 0$. Следовательно, установка инструмента положительная. Определим, таким образом, размеры положительного колеса.

При положительной установке инструмент смещается относительно нулевой установки на величину $(+xm)$ (рис. 5.23,б).

1. Окружной делительный шаг, мм:

$$P = p \cdot m \quad (5.34)$$

2. Толщина зуба по делительной окружности, мм:

$$S = m \left(\frac{p}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha \right). \quad (5.35)$$

4. Ширина впадины между зубьями по делительной окружности, мм:

$$u = P - S. \quad (5.36)$$

5. Диаметр делительной окружности, мм:

$$d = zm. \quad (5.37)$$

6. Диаметр окружности впадин колеса, мм:

$$d_f = (z - 2,5 + 2x)m. \quad (5.38)$$

7. Диаметр окружности вершин зубьев, мм:

$$d_a = d_f + 2h, \quad (5.39)$$

где h – высота зуба.

Полученные формулы пригодны для использования при расчете размеров нулевых и отрицательных зубчатых колес. Для этого достаточно принять в них соответственно $x=0, x<0$.

Участок эвольвенты зуба, на протяжении которого происходит зацепление с эвольвентой парного зуба, называется *рабочим участком профиля зуба*.



Та или иная установка инструмента не изменяет рабочего профиля, но вызывает его смещение по эвольвенте зуба. На рис. 5.25 схематично изображено положение рабочего профиля в зависимости от установки инструмента:

1- установка $x=0$; 2- установка $x>0$; 3- установка $x<0$.

Рис. 5.25. Смещение рабочего профиля при различных установках

КОНТРОЛЬ РАЗМЕРОВ ЗУБА КОЛЕСА

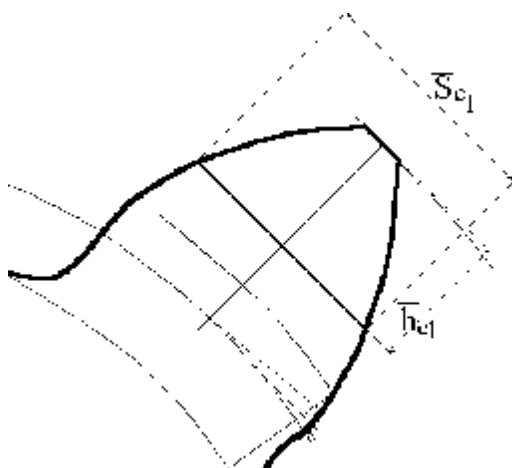


Рис. 5.26. Размеры контроля зуба

К одному из видов контроля относится измерение толщины зубьев колес. Этот вид контроля позволяет установить, будет ли в передаче выдержан заданный боковой зазор между зубьями при данном межосевом расстоянии и при неизбежных погрешностях нарезания зубьев.

Толщину зуба колеса измеряют по постоянной хорде \bar{S}_c (рис. 5.26).

Данные для настройки мерительного инструмента задаются конструктором и приводятся на чертеже зубчатого колеса. Для эвольвентного колеса значение постоянной хорды \bar{S}_c и ее высоты \bar{h}_c определяются по соотношениям:

$$\begin{aligned}\bar{S}_c &= \left(\frac{p}{2} \cos^2 a + x \sin 2a \right) m \\ \bar{h}_c &= \frac{1}{2} (d_a - d - \bar{S}_c \operatorname{tg} a)\end{aligned}, \quad (5.40)$$

где a — угол профиля исходного контура инструмента;

x — коэффициент смещения инструмента;
 $x - \frac{d - d_a}{d}$ — делительный диаметр колеса;
 d_a — диаметр вершин зубьев колеса.

5.6. Расчет размеров зубчатой передачи

КОЭФФИЦИЕНТ СУММЫ СМЕЩЕНИЙ

В общем случае оба колеса передачи нарезаются со смещением инструмента. Для каждого из колес задается свой коэффициент смещения x , т.е. x_1 и x_2 .

Введем понятие коэффициента суммы смещений инструмента:

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2.$$

Тогда при $x_{\Sigma} = 0$ передача называется нулевой. В нулевой передаче $a_w = a$. При $x_{\Sigma} > 0$ передача называется положительной. В положительной передаче $a_w > a$. При $x_{\Sigma} < 0$ передача называется отрицательной. В отрицательной передаче $a_w < a$. Напомним: a, a_w — углы зацепления нулевой и положительной передачи соответственно.

Если при конструировании эвольвентной передачи по условиям работы требуется "вписать" ее в заданное межосевое расстояние a_w , численно большее делительного межосевого расстояния a , то для расчета размеров зубчатых колес и передачи в целом, необходимо предварительно найти величину коэффициента суммы смещений x_{Σ} , соответствующую приращению межосевого расстояния.

Для расчета x_{Σ} используется следующая зависимость:

$$x_{\Sigma} = \frac{z_{\Sigma}}{2 \operatorname{tg} a} (\operatorname{inv} a_w - \operatorname{inv} a), \quad (5.41)$$

где $z_{\Sigma} = z_1 + z_2$; $\operatorname{inv} a_w, \operatorname{inv} a$ — инволюты угла зацепления передачи и угла профиля исходного контура соответственно.

Инволюты углов рекомендуется находить по таблицам инволют с точностью до пяти значащих цифр. Рассчитанный по формуле (5.41) коэффициент суммы смещений x_{Σ} необходимо, исходя из требований к передаче, разложить на частные коэффициенты смещения x_1 и x_2 , отнеся их соответственно к малому и большому колесам передачи. Если один из частных коэффициентов смещения известен, например, x_1 , то второй частный коэффициент смещения $x_2 = x_{\Sigma} - x_1$.

Определим размеры положительной эвольвентной передачи ($x_{\Sigma} > 0$). Полагаем коэффициенты смещения x_1 и x_2 для обоих колес известными.

МЕЖОСЕВОЕ РАССТОЯНИЕ

При составлении нулевой и положительной передач имеет место соотношение:

$$a \cos a = a_w \cos a_w.$$

Отсюда выражаем межосевое расстояние положительной передачи:

$$a_w = a \frac{\cos a}{\cos a_w}. \quad (5.42)$$

где $a = m \frac{z_1 + z_2}{2}$ — межосевое расстояние нулевой передачи (делительное);

$a = 20^\circ$ — угол зацепления нулевой передачи;

a_w — угол зацепления положительной передачи.

УГОЛ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

В положительной передаче толщина зубьев колес не допускает сборки, при которой делительные окружности колес являлись бы одновременно и начальными (соприкасались в полюсе зацепления П). Поэтому угол зацепления a_w положительной передачи численно будет больше стандартного угла зацепления $a = 20^\circ$ (угол зацепления нулевой передачи).

Для определения угла зацепления положительной передачи служит формула:

$$\operatorname{inv} a_w = \operatorname{inv} a + 2 \frac{x_{\Sigma}}{z_{\Sigma}} \operatorname{tg} a. \quad (5.43)$$

где $x_{\Sigma} = x_1 + x_2$; $z_{\Sigma} = z_1 + z_2$.

ВЫСОТА ЗУБА КОЛЕСА

При сборке положительной или отрицательной передач ($x_{\Sigma} \neq 0$) нельзя выдержать одновременно стандартными и высоту зуба h и радиальный зазор c между зубьями. Поступают по разному: либо сохраняют стандартным радиальный зазор, либо изменяют и радиальный зазор и высоту зуба.

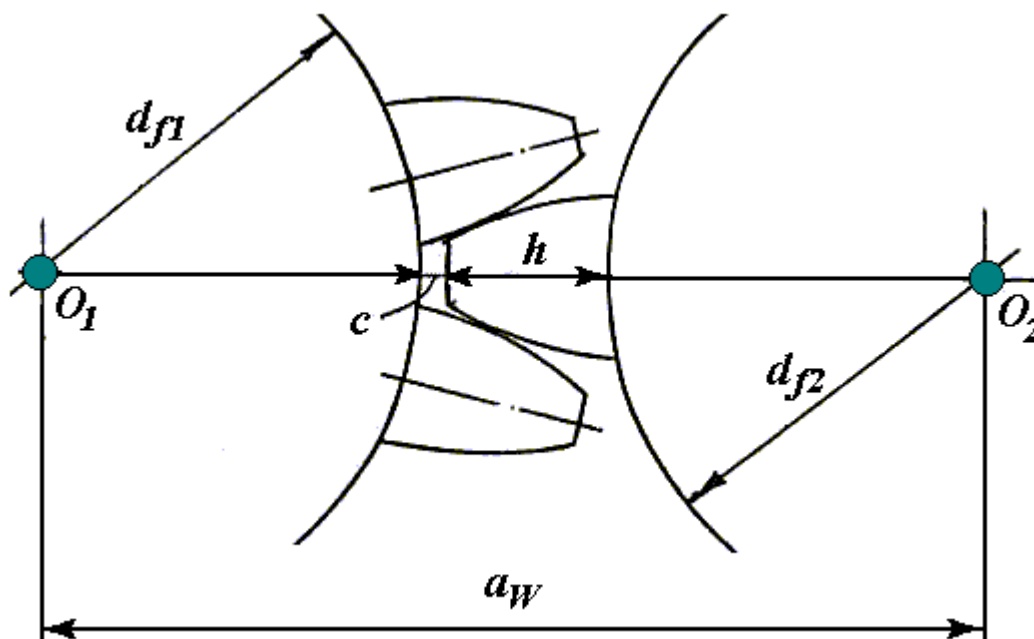


Рис. 5.27. Схема определения высоты зуба колеса

Радиальный зазор между зубьями выполняет функцию "хранилища" смазки и имеет поэтому определенное значение для нормальной работы передачи.

Определим высоту зуба колеса при стандартном радиальном зазоре между зубьями.

Согласно схеме (рис. 5.27) межосевое расстояние

$$a_w = \frac{d_{f1} + d_{f2}}{2} + h + c. \quad (5.44)$$

Отсюда следует, что высота зуба

$$h = a_w - \left(\frac{d_{f1} + d_{f2}}{2} + c \right). \quad (5.45)$$

где $c = 0,25m$ — стандартный радиальный зазор между зубьями,

a_w — межосевое расстояние передачи,

d_{f1}, d_{f2} — диаметры окружностей впадин зубьев.

КРИВИЗНА ПРОФИЛЕЙ

Основным видом разрушения рабочих поверхностей зубьев закрытых и хорошо смазанных зубчатых передач является их усталостное выкрашивание.

При работе передачи фиксируются многократные контактные напряжения на рабочих поверхностях зубьев и возникновение на них с течением времени микроскопических трещин, которые в дальнейшем приводят к усталостному выкрашиванию. Возникновение процесса выкрашивания можно отодвинуть, если контактные напряжения, возникающие на рабочих поверхностях зубьев, не будут превышать допустимого значения.

Контактные напряжения на поверхностях зубьев зависят от величины приведенного радиуса кривизны r_{Π} профилей зубьев колес.

Исследования показали, что максимальные контактные напряжения возникают при зацеплении зубьев в полюсе зацепления Π и его окрестности. Поэтому для расчета передачи на контактную прочность радиусы кривизны профилей зубьев принято определять в полюсе Π (рис. 5.28).

В эвольвентном зацеплении в полюсе зацепления Π радиусы кривизны определяем по формулам:

$$\begin{aligned} r_{1\Pi} &= N_1\Pi = O_1\Pi \sin a_w, \\ r_{2\Pi} &= N_2\Pi = O_2\Pi \sin a_w. \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\text{Но } O_1\Pi = \frac{1}{2}d_{w1}, O_2\Pi = \frac{1}{2}d_{w2},$$

где d_{w1}, d_{w2} — диаметры начальных окружностей колес.

С учетом их значений радиусы кривизны профилей:

$$\begin{aligned} r_{1\Pi} &= \frac{1}{2}d_{w1} \sin a_w, \\ r_{2\Pi} &= \frac{1}{2}d_{w2} \sin a_w, \end{aligned} \quad (5.47)$$

где a_w — угол зацепления передачи.

Приведенный радиус кривизны профилей зубьев в полюсе зацепления Π рассчитывается по формуле:

$$r_{\Pi} = \frac{r_{1\Pi} r_{2\Pi}}{r_{1\Pi} \pm r_{2\Pi}}. \quad (5.49)$$

Знак (+) для внешнего, знак (-) для внутреннего зацепления.

С целью повышения нагрузочной способности передачи по контактным напряжениям угол зацепления a_w доводят до 30° .

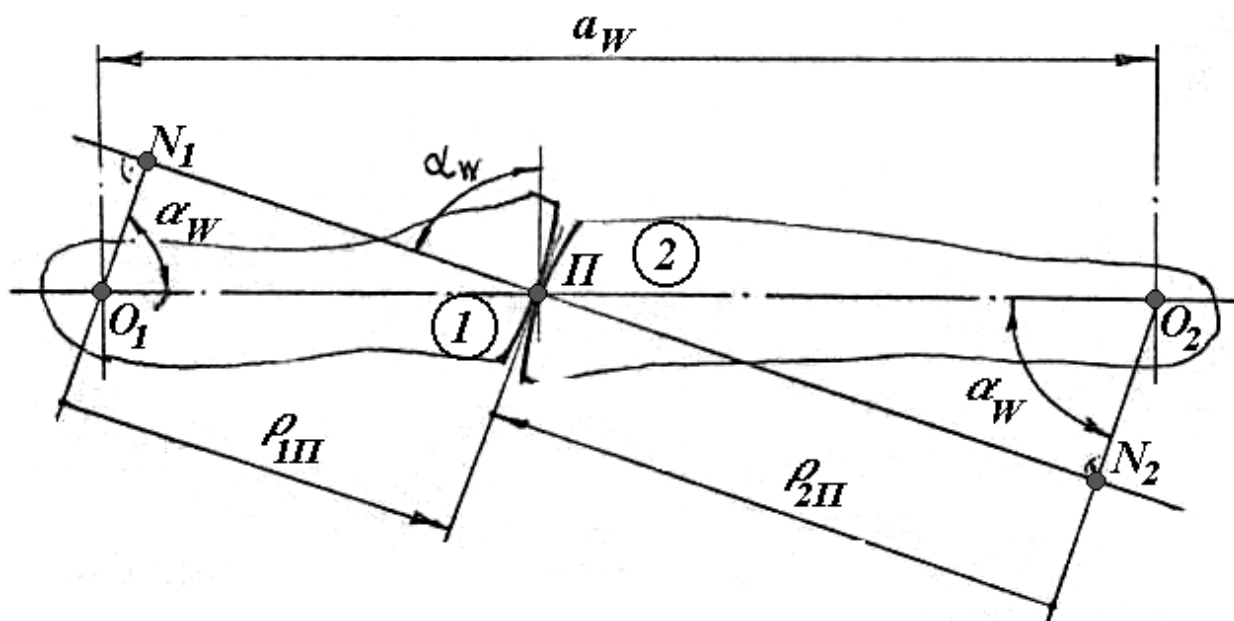


Рис. 5.28. Схема для расчета радиусов кривизны профилей зубьев

СКОЛЬЖЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ

Профили зубьев в процессе зацепления одновременно катятся и скользят один по другому. Главным образом скользят. Скольжение профилей отсутствует только в полюсе зацепления П: в нем отмечается чистое качение профилей. При наличии давления со стороны ведущего зуба на ведомый и при плохой смазке скольжение контактирующих поверхностей сопровождается износом этих поверхностей.

Износ поверхностей характеризуется величиной коэффициентов удельного скольжения J : чем больше этот коэффициент, тем интенсивнее износ.

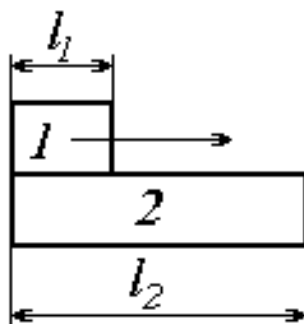


Рис. 5.29. Скольжение двух пластин

На рис. 5.29 изображены две контактирующие между собой пластины - 1 и 2. Пусть пластинка 1 скользит по пластинке 2. При одинаковых материалах поверхностей скольжения быстрее изнашивается пластина 1.

При длине l_1 и l_2 участков износа коэффициенты удельного скольжения

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{l_1 - l_2}{l_1}, \\ J_2 &= \frac{l_2 - l_1}{l_2}. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Используя данную схему расчета, находим коэффициенты удельного скольжения эвольвентных профилей:

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{z_2}{z_1} - \frac{N_2 T}{N_1 T}, \\ J_2 &= 1 - \frac{N_1 T}{N_2 T} \frac{z_2}{z_1}. \end{aligned} \quad (5.50)$$

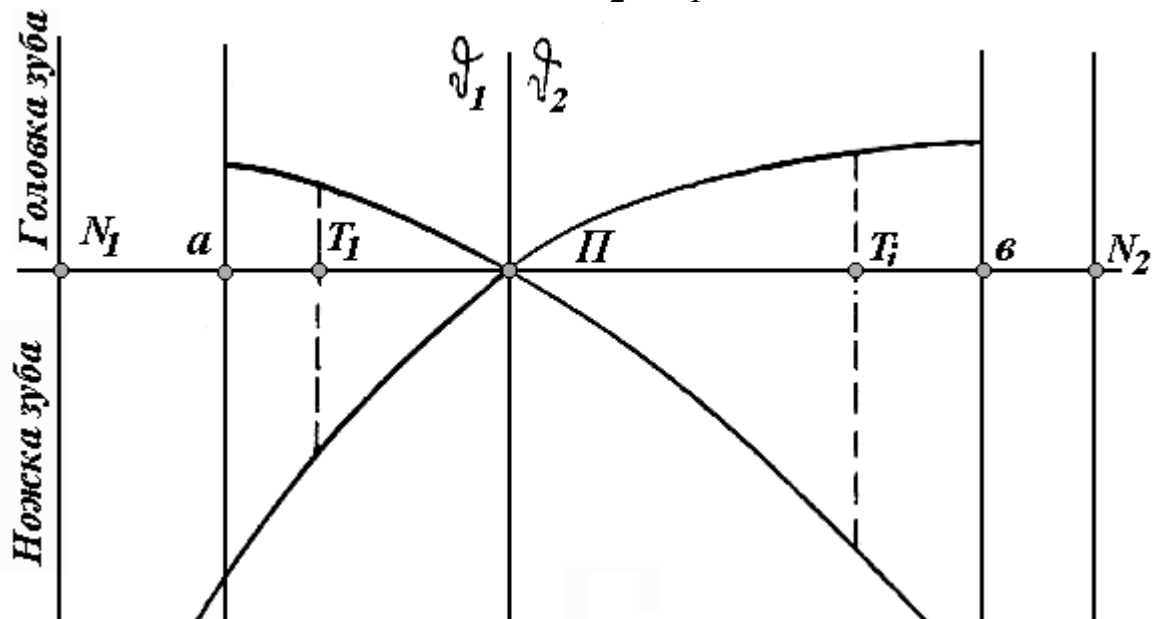


Рис. 5.30. Графики удельных скольжений профилей зубьев

График удельных скольжений профилей зубьев колес эвольвентной передачи имеет вид, показанный на рис. 5.30, где

$N_1 N_2$ — теоретическая линия зацепления;

ab — ее рабочий участок;

Π — полюс зацепления передачи;

T_1, T_i — текущие точки контакта профилей зубьев.

= При зацеплении профилей в точке N_1 удельное скольжение на ножке зуба колеса 2 становится бесконечно большим. Аналогичное явление наблюдается и на ножке зуба колеса 1 при зацеплении профилей в точке N_2 . В связи с этим нельзя по износу допускать зацепление эвольвентного профиля вблизи основной окружности.

Для уменьшения неравномерного износа зубьев удельные скольжения (их абсолютные значения) стремятся выравнивать путем определенной установки инструмента при нарезании колес.

ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТЫ ПРОФИЛЯ

Приводим упрощенный способ построения эвольвенты профиля зуба (рис. 5.31.) заменой дуг эвольвенты дугами окружностей.

На рис. 5.31 показана часть схемы эвольвентного зацепления, относящаяся к колесу 1: линия межосевого расстояния - O_1P , основная окружность радиуса O_1N_1 , полюс зацепления P . Построение целесообразно начинать с эвольвенты, проходящей через полюс зацепления P .

П о с л е д о в а т е л ь н о с т ь о п е р а ц и й :

1. Разбиваем основную окружность в окрестности точки N_1 на равные участки: 0-1, 1-2, 2- N_1 , N_1 -3, 3-4,.....
2. В граничные точки 0, 1, 2, 3, 4,..... участков проводим радиусы O_1O , O_1-1 ,..., O_1-4 ,... основной окружности.
3. Строим в указанных точках касательные к основной окружности: $O-O$, 1-1,...4-4,.... (перпендикуляры к радиусам, пункт 2).
4. В окрестности касательной N_1P к основной окружности строим дугу окружности 3-4 радиусом N_1P с центром в точке N_1 .
5. Строим из точки 2 основной окружности как из центра в окрестности касательной 2-2 дугу окружности 3-2'.
6. Строим из точки 3 основной окружности как из центра в окрестности касательной 3-3 дугу окружности 4-5 радиуса 3-4.

Меняя центры и величину радиусов, аналогично строим дуги окружностей в окрестностях остальных касательных к основной окружности. Число касательных и количество дуг должны охватывать участок плоскости между основной окружностью и окружностью вершин зубьев колеса. Чем чаще проведены касательные, тем ближе к эвольвенте построенная кривая профиля зуба.

Примечание. Зуб колеса в промежутке между основной окружностью и окружностью впадин зубьев профилируется по радиальной прямой, проведенной из точки профиля на основной окружности (прямая $O'-O''$ на рис.5.31). Радиус сопряжения прямолинейного участка профиля с окружностью впадин $r = 0,4m$, где m — модуль зубьев.


$$inva = tga - a.$$

ЗНАЧЕНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ФУНКЦИИ $inv\ a$

151

Продолжение табл. 5.1

°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°
'	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	15176	17647	20388	23418	26756	30420	34434	38818
8	15215	17690	20436	23471	26814	30484	34504	38894
9	15254	17734	20484	23524	26872	30549	34574	38971
10	15293	17777	20553	23577	26931	30613	34644	39047
11	15333	17821	20581	23631	26989	30677	34714	39124
12	15372	17865	20629	23684	27048	30741	34785	39201
13	15411	17908	20678	23738	27107	30806	34855	39278
14	15451	17952	20726	23791	27166	30870	34926	39355
15	15490	17996	20775	23845	27225	30935	34997	39432
16	15530	18040	20824	23899	27284	31000	35067	39509
17	15570	18084	20873	23952	27343	31065	35138	39586
18	15609	18129	20921	24006	27402	31130	35209	39664
19	15649	18173	20970	24060	27462	31195	35280	39741
20	15689	18217	21019	24114	27521	31260	35352	39819
21	15729	18262	21069	24169	27581	31325	35423	39897
22	15769	18306	21118	24223	27640	31390	35494	39974
23	15809	18351	21167	24277	27700	31456	35566	40052
24	15850	18395	21217	24332	27760	31521	35637	40131
25	15890	18440	21266	24386	27820	31587	35709	40209
26	15930	18485	21316	24441	27880	31653	35781	40287
27	15971	18530	21365	24495	27940	31718	35853	40366
28	16012	18575	21415	24550	28000	31784	35925	40444
29	16052	18620	21465	24605	28060	31850	35997	40523
30	16092	18665	21514	24660	28121	31917	36069	40602
31	16133	18710	21564	24715	28181	31983	36142	40680
32	16174	18755	21614	24770	28242	32049	36214	40759
33	16215	18800	21665	24825	28302	32116	36287	40839
34	16255	18846	21715	24881	28363	32182	36359	40918
35	16296	18891	21765	24936	28424	32249	36432	40997
36	16337	18937	21815	24992	28485	32315	36505	41076
37	16379	18983	21866	25047	28546	32382	36578	41156
38	16420	19028	21916	25103	28607	32449	36651	41236
39	16461	19074	21967	25159	28668	32516	36724	41316
40	16502	19120	22018	25214	28729	32583	36798	41395
41	16544	19166	22068	25270	28791	32651	36871	41475
42	16585	19212	22119	25326	28852	32718	36945	41556
43	16627	19258	22170	25382	28914	32785	37018	41636
44	16669	19304	22221	25439	28976	32853	37092	41716
45	16710	19350	22272	25495	29037	32920	37166	41797

Продолжение табл. 5.1.

°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°
'	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
47	16794	19443	22375	25608	29161	33056	37314	41958
48	16836	19490	22426	25664	29223	33124	37388	42039
49	16878	19536	22478	25721	29285	33192	37462	42120
50	16920	19583	22529	25778	29348	33260	37537	42201
51	16962	19630	22581	25834	29410	33328	37611	42282
52	17004	19676	22633	25891	29472	33397	37686	42363
53	17047	19723	22684	25948	29535	33465	37761	42444
54	17089	19770	22736	26005	29598	33534	37835	42526
55	17132	19817	22788	26062	29660	33602	37910	42607
56	17174	19864	22840	26120	29723	33671	37985	42689
57	17217	19912	22892	26177	29786	33740	38060	42771
58	17259	19959	22944	26235	29849	33809	38136	42853
59	17302	20007	22997	26292	29912	33878	38211	42935
°	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°
'	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0	43017	48164	53751	59809	66364	73449	81097	89342
5	43430	48612	54238	60335	66934	74064	81760	90058
10	43845	49064	54728	60866	67507	74684	82428	90777
15	44264	49518	55221	61400	68084	75307	83100	91502
20	44685	49976	55717	61937	68665	75934	83777	92230
25	45110	50437	56214	62478	69250	76565	84457	92963
30	45537	50901	56720	63022	69838	77200	85142	93701
35	45967	51368	57226	63570	70430	77839	85832	94443
40	46400	51838	57736	64122	71026	78483	86525	95190
45	46837	52312	58249	64677	71626	79130	87223	95942
50	47276	52788	58765	65236	72230	79781	87925	96698
55	47718	53268	59285	65798	72838	80437	88631	97459
°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°
'	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0	09822	10778	11806	12911	14097	15370	16737	18202
5	09899	10861	11895	13006	14200	15480	16855	18329
10	09977	10944	11985	13102	14303	15591	16974	18457
15	10055	11028	12075	13199	14407	15703	17093	18585
20	10133	11113	12165	13297	14511	15815	17214	18714
25	10212	11197	12257	13395	14616	15928	17335	18844
30	10292	11283	12348	13493	14722	16041	17457	18975

Окончание табл. 5.1

°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°
'	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
35	10371	11369	12441	13592	14829	16156	17579	19106
40	10452	11455	12534	13692	14936	16270	17702	19238
45	10533	11542	12627	13792	15043	16386	17826	19372
50	10614	11630	12721	13893	15152	16502	17951	19505
55	10696	11718	12815	13995	15261	16619	18076	19639

Глава 6. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Кулачковым механизмом называется трехзвенный механизм, составленный из стойки и двух подвижных звеньев (кулачка и толкателя), сопряженных между собой посредством высшей кинематической пары. Механизм служит для воспроизведения заданного периодического закона движения ведомого звена. Ведущим звеном в кулачковом механизме является, как, правило, кулачок, ведомым звеном - толкатель.

Среди основных типов простейших механизмов только кулачковый является вполне универсальным в том смысле, что позволяет связывать параметры на входе и выходе механизма практически любой используемой в технике непрерывной математической зависимостью.

По своему назначению кулачковые механизмы подразделяются на *функциональные* и *позиционные*.

Назначение функциональных кулачковых механизмов - воспроизведение заданного закона движения ведомого звена.

Позиционные кулачковые механизмы предназначены для перевода ведомого звена из одного крайнего положения в другое.

Кулачку в кулачковом механизме можно придать практически любые очертания и, следовательно, сравнительно легко приспособить к разным требованиям. Кулачковый механизм позволяет достаточно просто, точно и экономично получить конструкцию с заданным движением ведомого звена в отношении перемещения, скоростей и ускорений, тогда как, используя другие механизмы, решить подобную задачу затруднительно.

6.1. Основные положения и определения

Кулачковые механизмы подразделяются на плоские и пространственные.

Если в кулачковом механизме относительное движение звеньев происходит в параллельных между собой плоскостях, то такой кулачковый механизм называется *плоским*.

В практике находят применение три вида плоских кулачковых механизмов (рис.6.1).

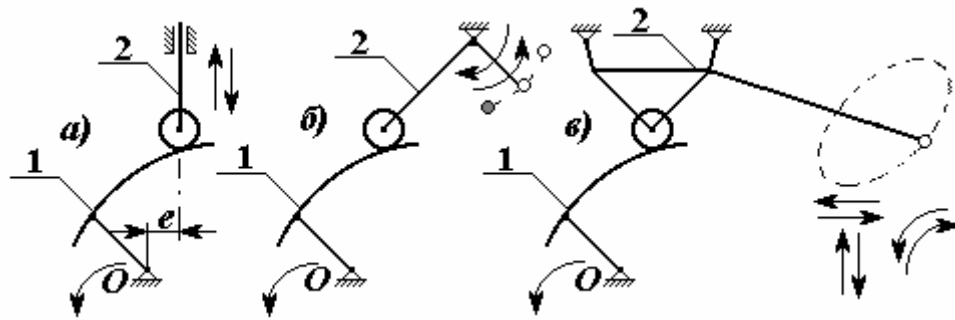


Рис.6.1. Схемы плоских кулачковых механизмов:
а) ползунная; б) коромысловая; в) шатунная

На рис. 6.1 изображены: а) ползунная схема кулачкового механизма, б) коромысловая схема, в) шатунная схема. Цифрами 1,2,3 обозначены соответственно кулачок, толкатель и ролик.

К *пространственным* кулачковым механизмам относятся, например, кулачковые механизмы с цилиндрическими и коническими кулачками (рис. 6.2). Стрелками показаны движения кулачка и толкателя.

Кулачок, как правило, совершает вращательное движение, иногда он может двигаться поступательно (рис.6.3).

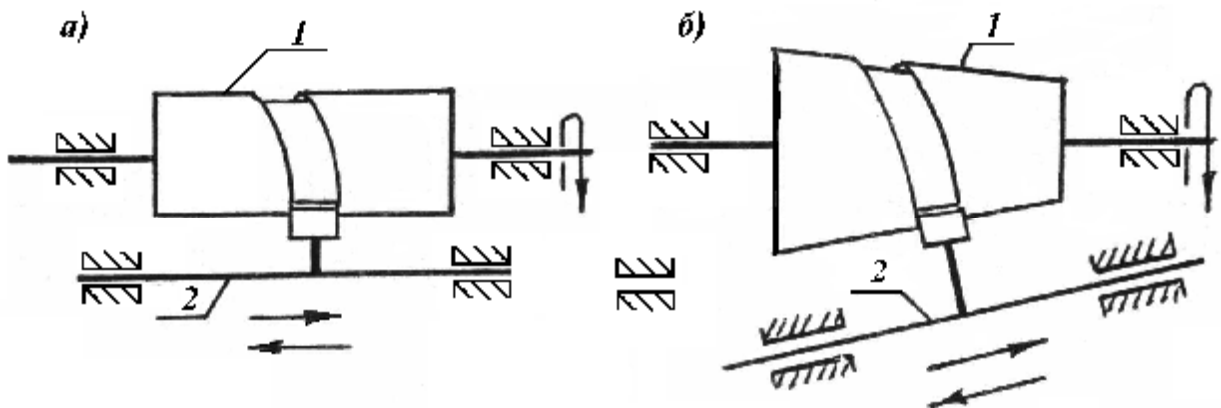


Рис. 6.2. Схемы пространственных кулачковых механизмов:
а) с цилиндрическим кулачком; б) с коническим кулачком

На рис. 6.2: а) цилиндрический кулачок, б) конический кулачок. Под цифрой 1- кулачок, 2- толкатель.

На рис. 6.3: 1- кулачок, 2- толкатель. Стрелками показаны рабочие движения кулачка и толкателя.

На практике чаще других применяются плоские кулачковые механизмы с дисковым кулачком

Подвижность относительно стойки плоского кулачкового механизма определяется по структурной формуле Чебышева:

$$W_3 = 3(n-1) - (2P_1 + 1P_2), \quad (6.1)$$

где n — количество звеньев; P_1 — число одноподвижных пар, P_2 — число двухподвижных пар в кулачковом механизме.

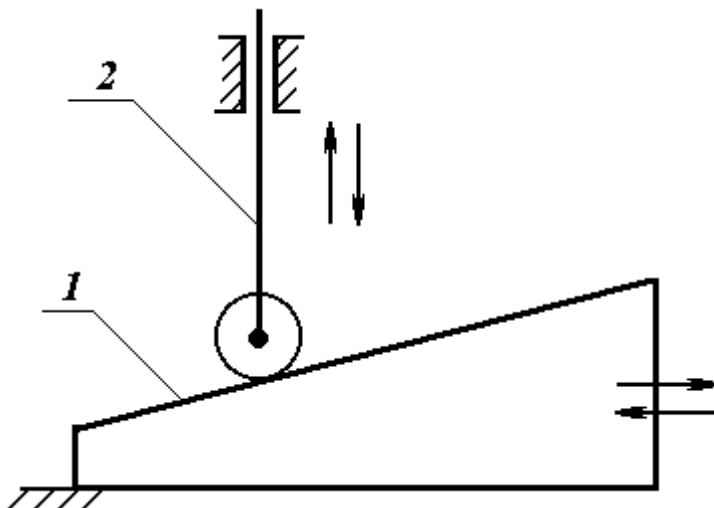


Рис. 6.3. Схема кулачкового механизма с поступательно перемещающимся кулачком

Толкатель в процессе работы кулачкового механизма должен находиться в постоянном соприкосновении с кулачком. Постоянный контакт толкателя с кулачком обеспечивается путем замыкания кинематической пары "кулачок-толкатель". Замыкание пары может быть *геометрическим* (при помощи паза) или *силовым* (пружина, груз) рис. 6.4.

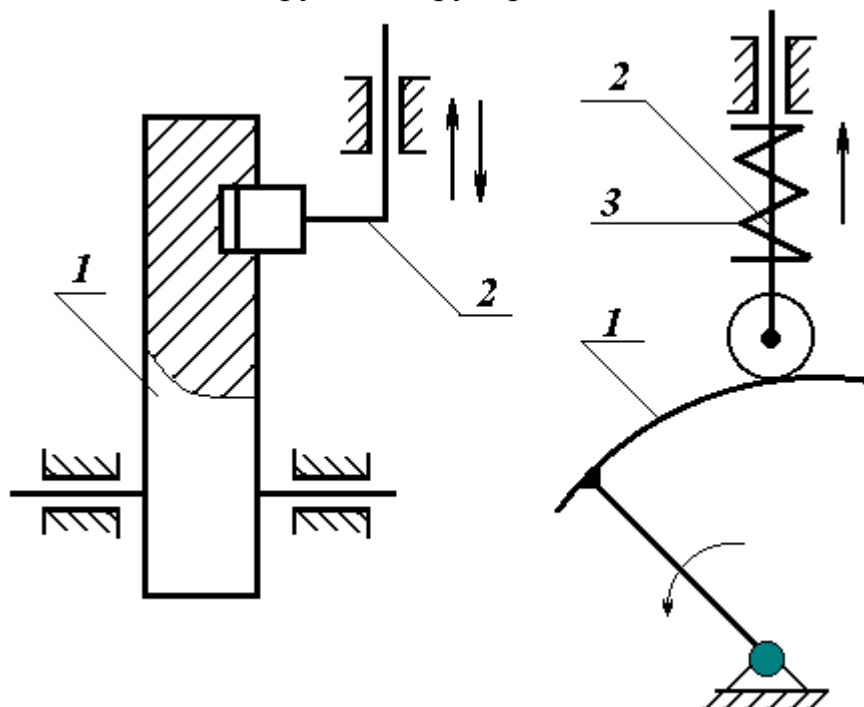


Рис. 6.4. Виды замыканий пары кулачок-толкатель:
1- кулачок; 2- толкатель; 3- пружина

ПАССИВНЫЕ СВЯЗИ В КУЛАЧКОВОМ МЕХАНИЗМЕ

Под пассивными связями понимаются связи, которые накладываются звеньями и кинематическими парами и удаление которых не изменяет характера движения механизма в целом.

Пассивные связи, как уже отмечалось, могут быть полезными и вредными. Полезные пассивные связи вводятся в схему механизма искусственно для улучшения его конструкции; вредные пассивные связи, наоборот, должны быть выявлены и устранены с целью повышения надежности схемы механизма.

В кулачковом механизме пассивная связь имеет место в кинематической паре "ролик-толкатель" (рис. 6.1). Ролик 3 введен в схему кулачкового механизма искусственно. Он образует вращательную кинематическую пару с толкателем 2. Ролик не изменяет закона движения толкателя, его назначение - перевод трения скольжения толкателя о кулачок в трение качения ролика по поверхности кулачка. В итоге - повышение долговечности схемы механизма по износу.

Пассивные связи не изменяют, как уже отмечалось, подвижности механизма относительно стойки, однако влияют на результат расчета этой подвижности по структурной формуле.

Определим подвижность относительно стойки кулачкового механизма, схема которого изображена на рис. 6.1,а.

По формуле Чебышева (6.1) определяем

$$W_3 = 3(n-1) - (2P_1 + 1P_2) = 3(4-1) - (2 \cdot 3 + 1) = 2,$$

где $n = 4$ - количество звеньев; $P_1 = 3$ - число одноподвижных пар;

$P_2 = 1$ - число двухподвижных пар.

Подвижность $W_2 = 2$ кулачкового механизма не соответствует действительности.

В связи с тем, что ролик 3 не изменяет закона движения толкателя при работе механизма, уберем его из схемы и вновь определим подвижность механизма:

$$W_3 = 3(n-1) - (2P_1 + 1P_2) = 3(3-1) - (2 \cdot 2 + 1) = 1.$$

Чаще других применяются кулачковые механизмы ползунной схемы.

$W_3 = 1$ - действительная подвижность механизма, так как очевидно, что для задания движения механизму в целом достаточно задать движение одному из его звеньев - кулачку 1.

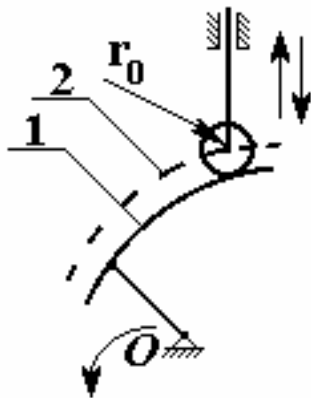
Избыточная (относительно действительной) подвижность, равная единице, говорит о возможности вращательного движения ролика относительно толкателя.

Из изложенного следует, что при определении подвижности относительно стойки кулачкового механизма полезные пассивные связи, накладываемые кинематической парой "ролик-толкатель", должны быть мысленно устранены из схемы.

ПРОФИЛИ КУЛАЧКА

Кулачку в кулачковом механизме (рис. 6.5) присущи два профиля – действительный -1 (рабочий) и теоретический -2.

Действительным профилем является профиль кулачка, с которым непосредственно соприкасается ролик толкателя.



Теоретический профиль - это кривая, которую описывает центр ролика толкателя при движении относительно кулачка.

Действительный и теоретический профили кулачка являются эквидистантными (равноудаленными друг от друга) кривыми.

В практике находят применение толкатели без ролика.

Рис. 6.5. Профили кулачка

ЭТАПЫ В ДВИЖЕНИИ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

В движении кулачкового механизма различают в общем случае четыре этапа (фазы) (рис. 6.6):

1 этап - удаление толкателя, фазовый угол $-\alpha_y$; 2 этап - дальнее стояние толкателя, фазовый угол $-\alpha_\delta$. Профиль кулачка на этапе дальнего стояния есть окружность радиуса $r_{\max}^{теор}$ с центром на оси O вращения кулачка. 3 этап - приближение толкателя, фазовый угол $-\alpha_n$. 4 этап - ближнее стояние толкателя, фазовый угол $-\alpha_\delta$.

Профиль кулачка на этапе ближнего стояния толкателя является дугой окружности радиуса $r_{\max}^{теор}$ с центром на оси O вращения кулачка. При этом

$$\alpha_y + \alpha_\delta + \alpha_n + \alpha_\delta = 360^\circ.$$

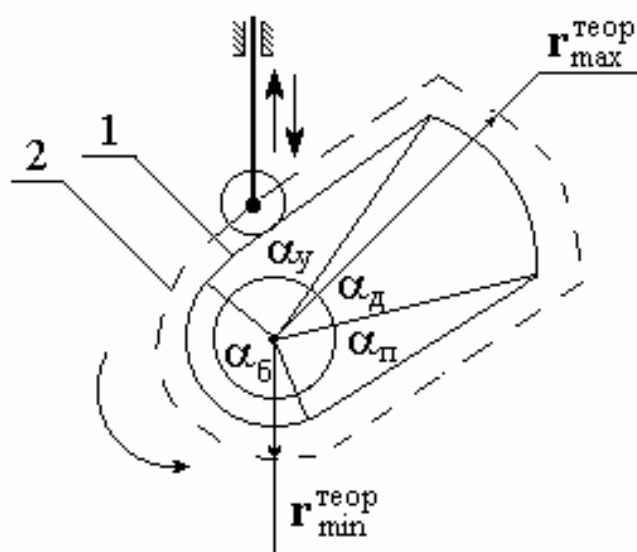


Рис. 6.6. Этапы в движении кулачкового механизма

Цифрами на рис. 6.6 обозначены рабочий (1) и теоретический (2) профили кулачка соответственно.

В частном случае в движении толкателя может не быть второго и четвертого этапов или одного из них.

Соответствие между фазовыми углами в движении кулачка и перемещением толкателя устанавливается так называемой циклограммой работы кулачкового механизма. Циклограмма может быть линейной и круговой. Простейшая линейная циклограмма приведена на рис.6.7.

Движение толкателя	Удаление	Дальнее стояние	Приближение	Ближнее стояние
Вращение кулачка (углы поворота)	a_y	a_d	a_n	$a_б$
360° (T-период, сек)				

Рис. 6.7. Циклограмма работы кулачкового механизма

6.2. Геометрические, кинематические и динамические характеристики кулачкового механизма

Закон движения толкателя в кулачковом механизме с одной степенью свободы относительно стойки можно задать в виде зависимости:

$$P = P(a), \quad (6.2)$$

где a — обобщенная координата кулачкового механизма (угол поворота кулачка).

Зависимость (6.2) называется функцией положения кулачкового механизма.

Для кулачкового механизма ползунной схемы (рис. 6.8, а) функция положения запишется в виде

$$\Pi(a) = S = S(a). \quad (6.3)$$

Для кулачкового механизма коромысловой схемы (рис. 6.8, б) функция положения запишется в виде

$$\Pi(a) = j = j(a). \quad (6.4)$$

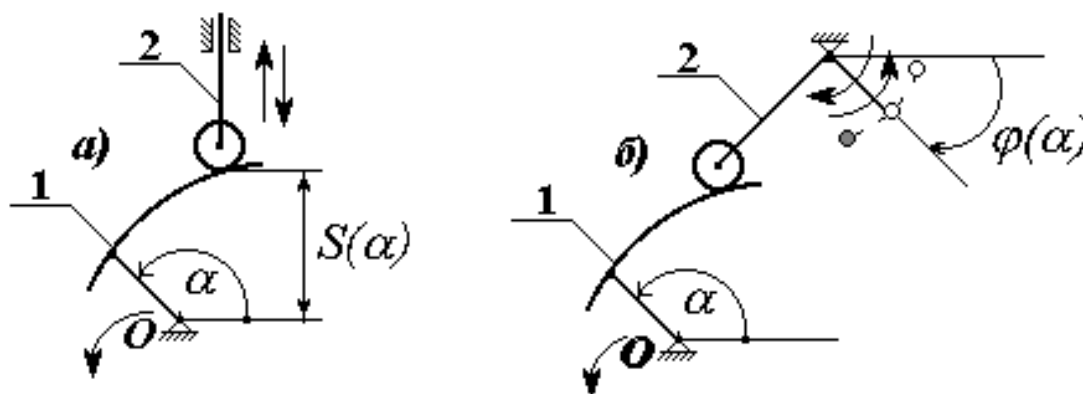


Рис. 6.8. Схемы кулачковых механизмов:
а) ползунная; б) коромысловая

Примечание. В выражениях (6.2), (6.3), (6.4) постоянные параметры схемы кулачкового механизма опущены.

Из приведенных зависимостей следует, что если за независимую переменную принять параметр, определяющий положение ведущего звена кулачкового механизма, то положение ведомого звена (или точки звена) можно рассматривать как функцию этого параметра.

Возьмем производные по a функций положения (6.3) и (6.4):

$$\frac{d}{da} [S(a)] = \frac{d}{da} [\Pi(a)] = \Pi'(a), \quad (6.5)$$

$$\frac{d}{da} [j(a)] = \frac{d}{da} [\Pi(a)] = \Pi'(a). \quad (6.6)$$

Первая производная функции положения по углу a поворота кулачка называется первой передаточной функцией кулачкового механизма.

Дифференцируем по a выражения (6.5) и (6.6):

$$\frac{d^2}{da^2}[S(a)] = \frac{d}{da}\left[\Pi'(a)\right] = \Pi''(a), \quad (6.7)$$

$$\frac{d^2}{da^2}[j(a)] = \frac{d}{da}\left[\Pi'(a)\right] = \Pi''(a). \quad (6.8)$$

Вторая производная по a функций положения (6.3) и (6.4) называется второй передаточной функцией кулачкового механизма.

Возьмем производные по a выражений (6.7) и (6.8):

$$\frac{d^3}{da^3}[S(a)] = \frac{d}{da}\left[\Pi''(a)\right] = \Pi'''(a), \quad (6.9)$$

$$\frac{d^3}{da^3}[j(a)] = \frac{d}{da}\left[\Pi''(a)\right] = \Pi'''(a). \quad (6.10)$$

Третья производная функций положения (6.3) и (6.4) по углу a называется третьей передаточной функцией кулачкового механизма.

Функции положения (6.3) и (6.4) характеризуют кулачковый механизм с геометрической стороны и называются поэтому геометрическими характеристиками механизма. Они переходят непосредственно в уравнения движения ведомого звена, если известен закон движения ведущего звена.

Первая (6.5) и (6.6) и вторая (6.7) и (6.8) передаточные функции связаны непосредственно с передаточными отношениями и кинематикой кулачкового механизма, являясь *аналогами скоростей и ускорений* толкателя.

Третья (6.9) и (6.10) передаточная функция носит название *"нульса"*, *"рывка"* или аналога градиента ускорения ведомого звена - мгновенного изменения во времени его ускорения. Для высоких скоростей максимальное значение градиента ускорения толкателя не должно быть большим во избежание значительных вибраций кулачкового механизма.

При синтезе схемы кулачкового механизма должна быть известна его функция положения или одна из передаточных функций.

УГОЛ ДАВЛЕНИЯ

Углом давления называется угол между направлением скорости \bar{V} толкателя и направлением нормального давления \bar{N} со стороны кулачка на толкатель (рис. 6.9). Угол давления является одним из основных параметров кулачкового механизма. Максимальный угол давления g_{\max} определяет раз-

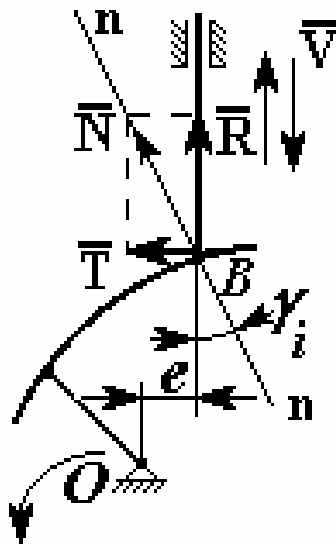
меры кулачка, нагрузки, крутящий момент на валу кулачка и другие факторы.

На рис. 6.9 изображен кулачковый механизм, толкатель которого касается теоретического профиля кулачка в точке В. $n-n$ - нормаль к профилю кулачка в точке касания; \bar{N} - нормальное давление со стороны кулачка на толкатель. Разложим нормальное давление \bar{N} на составляющие \bar{R} (направлена по движению толкателя) и \bar{T} (перпендикулярна направлению движения толкателя).

Значения этих составляющих:

$$R = N \cos g_i, \quad T = N \sin g_i \quad (6.11)$$

где g_i — текущий угол давления в кулачковом механизме (угол, составленный нормальным давлением \bar{N} и направлением скорости \bar{V} движения толкателя).



Полезной для движения толкателя является составляющая \bar{R} ; составляющая \bar{T} вызывает перекося толкателя и рост сил трения в его направляющих. Рост последних может привести к заклиниванию толкателя в направляющих на этапе удаления.

Угол давления - величина переменная, изменяется в пределах $g_{\min} \leq g_i \leq g_{\max}$.

Рис. 6.9. Схема к определению угла давления

При проектировании кулачкового механизма наибольшее значение g_{\max} угла давления должно быть ограничено.

Однако схему кулачкового механизма, воспроизводящего заданный закон $\Pi(a)$ движения толкателя, можно синтезировать при разных значениях угла давления g_{\max} . Однако на практике для кулачкового механизма ползунной схемы считают приемлемым на этапе удаления угол давления

$$g_{\max} \leq 30^\circ. \quad (6.12)$$

Для кулачкового механизма коромысловой схемы принимают

$$g_{\max} \leq 45^\circ. \quad (6.13)$$

В кулачковых механизмах ползунной схемы с плоским толкателем угол давления $g = 0$. В этом преимущество плоского толкателя.

ЗАМЫКАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

При силовом замыкании кинематической пары " кулачок-толкатель " обычно используется пружина. Основное назначение пружины - своим усилием противодействовать силе инерции толкателя и связанных с ним поступательно-движущихся масс и тем самым предотвратить отрыв толкателя от кулачка. Размыкание кинематической пары может произойти при движении механизма на этапе удаления толкателя, когда сила инерции $\bar{\Phi}_{\max}$ направлена по движению толкателя (рис. 6.10).

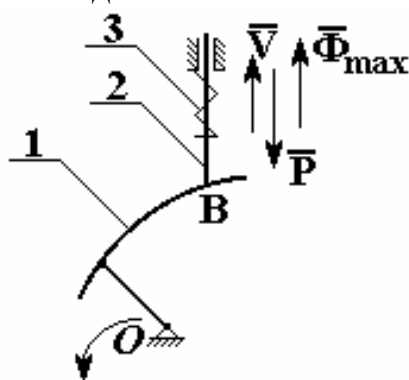


Рис. 6.10. Замыкание пружинной

Пружина должна учитывать действия и некоторых других силовых факторов, имеющих место при работе кулачкового механизма. В связи с этим, усилие пружины, рассчитанное по наибольшей силе инерции, увеличивают на 30.....40%. Однако необходимо помнить, что с чрезмерно "сильной" пружиной связан излишний расход энергии, повышенный износ и недолговечность звеньев; "сильная" пружина может вызывать удары, шум на этапе приближения толкателя.

На рис. 6.10 цифрами обозначены: 1- кулачок, 2- толкатель, 3- пружина.

Шаги при расчете усилия пружины:

Шаг 1. Рассчитать наибольшее отрицательное ускорение толкателя на этапе удаления (направлено против скорости толкателя):

$$W_{\max} = w^2 \Pi''_{\max}(a), \quad (6.14)$$

где W — угловая скорость кулачка;

$\Pi''_{\max}(a)$ — наибольшее отрицательное значение аналога ускорения толкателя на этапе удаления, определяется из графика $\Pi''(a)$.

Шаг 2. Рассчитать наибольшее значение силы инерции (направлена по скорости толкателя), стремящейся оторвать толкатель от кулачка:

$$\Phi_{\max} = \frac{G}{g} W_{\max}, \quad (6.15)$$

где G — вес толкателя и связанных с ним поступательно движущихся масс;
 g — ускорение силы тяжести.

Шаг 3. Определить усилие P пружины, удерживающей толкатель в контакте с кулачком:

$$P \geq \Phi_{\max}. \quad (6.16)$$

С учетом некоторого запаса принять:

$$P = 4/3 \Phi_{\max}. \quad (6.17)$$

Примечание. Перед выполнением шага 3 сопоставить величину силы инерции Φ_{\max} с весом G поступательно движущихся масс с целью выявления необходимости установки пружины в синтезируемой схеме кулачкового механизма. При $\Phi_{\max} < G$ пружина не нужна.

АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

Кинематика кулачкового механизма может быть исследована при помощи кинематических диаграмм (рис. 6.11).

На рис. 6.11 буквами обозначены этапы движения толкателя: а) удаление толкателя; б) дальнее стояние; в) приближение толкателя; г) ближнее стояние.

На том же рисунке приведены кинематические диаграммы кулачкового механизма для этапов удаления и приближения толкателя, аналог ускорения которого изменяется по линейному закону. Отрезок l изображает фазовые углы кулачка: l_y — фазовый угол на этапе удаления толкателя; l_n — фазовый угол на этапе приближения; l_o и l_o — отрезки, изображающие фазовые углы кулачка на этапах дальнего и ближнего стояния толкателя соответственно.

Масштабные коэффициенты осей a_y и a_n :

$$m_{a_y} = \frac{a_y}{l_y} \text{ — для этапа удаления толкателя;}$$

$$m_{a_n} = \frac{a_n}{l_n} \text{ — для этапа приближения толкателя,}$$

где a_y, a_n — в радианах.

Масштабные коэффициенты осей ординат графиков:

$m_{\Pi(a)}$ — масштабный коэффициент графика функции положения механизма;

$m_{\Pi'(a)}$ — масштабный коэффициент графика первой передаточной функции механизма;

$m_{\Pi''(a)}$ — масштабный коэффициент графика второй передаточной функции механизма.

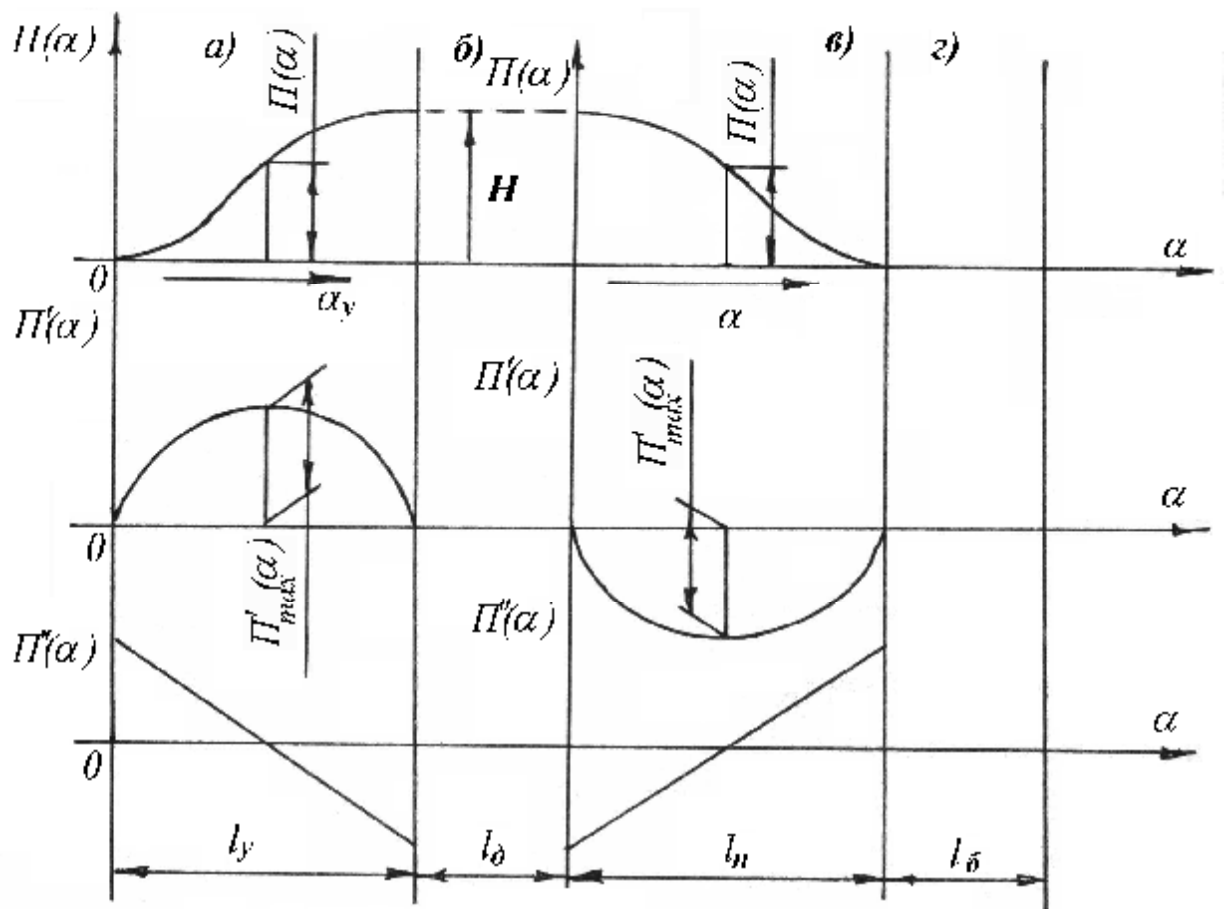


Рис. 6.11. Кинематические диаграммы кулачкового механизма:

- а) этап удаления; б) этап дальнего стояния;
в) этап приближения; г) этап ближнего стояния

Обычно первым определяется масштабный коэффициент функции положения механизма:

$$m_{P(a)} = \frac{H}{|\overline{H}|}, \quad (6.18)$$

где H — ход толкателя; $|\overline{H}|$ — отрезок, изображающий ход толкателя на графике $P(a)$.

Масштабные коэффициенты $m_{P'(a)}$ и $m_{P''(a)}$ определяются как масштабы при графическом дифференцировании графика $P(a)$ один и два раза соответственно.

При угловой скорости кулачка $\omega_1 = \text{const}$ скорость и ускорение толкателя рассчитываются по формулам:

$$V_T = w_1 \Pi'(a), \quad (6.19)$$

$$a_T = w_1^2 \Pi''(a), \quad (6.20)$$

где $\Pi'(a), \Pi''(a)$ — первая и вторая передаточные функции механизма (толкателя).

УДАРЫ В КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМАХ

В кулачковых механизмах имеют место три группы законов движения толкателя:

- движение толкателя происходит без ударов;
- движение толкателя сопровождается мягкими ударами;
- движение толкателя сопровождается жесткими ударами.

Для выявления характера работы кулачкового механизма (с ударами или без них) следует прежде всего обратиться к графику $\Pi''(a)$ второй передаточной функции механизма.

Рассмотрим пример. Пусть по условиям производственного процесса требуется обеспечить равномерное движение толкателя ($V_T = \text{const}$) при равномерном вращении кулачка ($w_1 = \text{const}$). График $\Pi(a)$ движения толкателя для этого случая имеет вид прямой линии av (рис. 6.12). Последовательно дифференцируя по a график $\Pi(a)$, получим соответственно графики $\Pi'(a), \Pi''(a)$ аналогов скорости и ускорения толкателя.

Перейдем к графикам скорости и ускорения толкателя. В соответствии с формулами (6.19) и (6.20) ординаты графиков:

$$V_T = w_1 \Pi'(a),$$

$$a_T = w_1^2 \Pi''(a).$$

Обратимся к кинематическим диаграммам на рис. 6.12. В точках a и b происходит мгновенное изменение скорости толкателя от нуля до какой-то конечной величины (точка a) и снова до нуля (точка b). В связи с таким характером изменения скорости, ускорения толкателя в т.т. a и b будут теоретически бесконечно большими. А так как появление ускорений приводит к возникновению сил инерции, то в точках a и b при бесконечно больших ускорениях будут теоретически бесконечно большими и силы инерции поступательных масс.

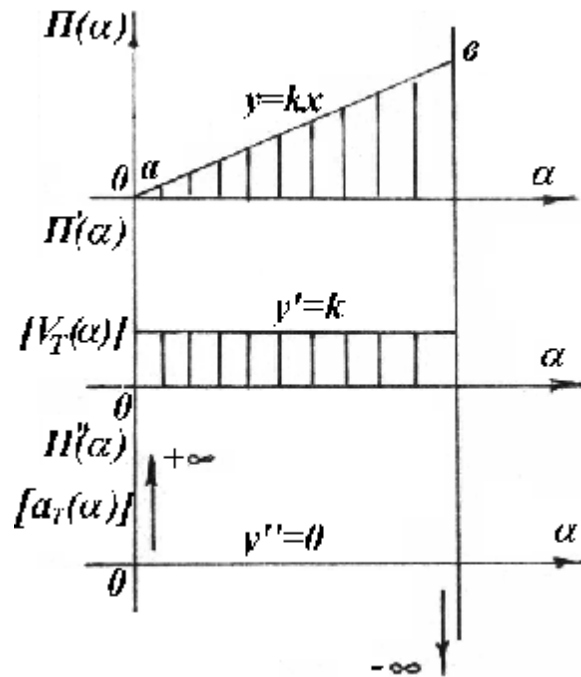


Рис. 6.12. Пример кинематических диаграмм кулачкового механизма с прямолинейным законом функции положения

Мгновенное изменение этих сил инерции от нуля до $\pm\infty$ приводит в положениях *а* и *в* к сильным сотрясениям механизма - *ударам*, называемым *жесткими*.

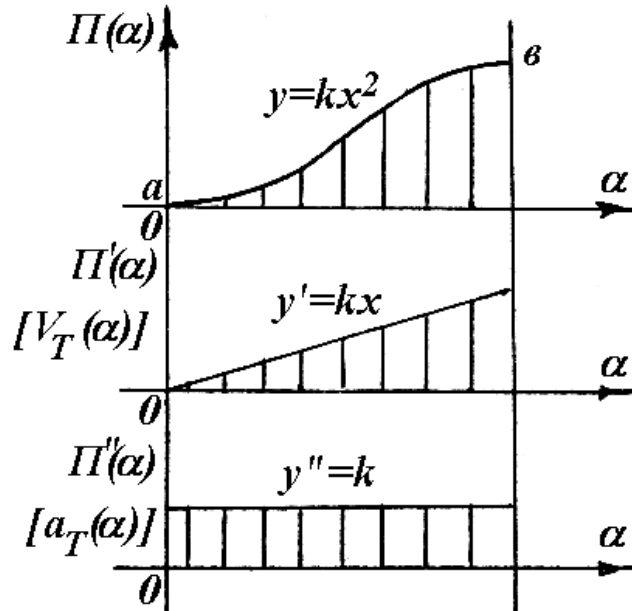


Рис. 6.13. Пример кинематических диаграмм кулачкового механизма с параболическим законом функции положения

Пусть теперь движение толкателя осуществляется по закону $\Pi(a)$, описанному кривой второго порядка, например, параболой (рис. 6.13). Скорость толкателя будет изменяться по линейному закону при постоянном значении ускорения. В положениях механизма, соответствующих точкам *а* и *в*

графиков, ускорение толкателя будет, как и прежде, изменять свое значение от нуля, но теперь уже - до конечной величины.

Изменение в этих точках сил инерции поступательных масс будет мгновенным (как и ускорений) и будет также проявляться в виде удара, но уже конечной величины.

Такие *удары* называются *мягкими*.

Если задать движение толкателя кинематическими диаграммами без мгновенных изменений его скорости и ускорения, то при работе кулачкового механизма не будет наблюдаться ни жестких, ни мягких ударов. В динамическом отношении лучшим является график $\Pi''(\alpha)$ изменения ускорения толкателя по синусоиде.

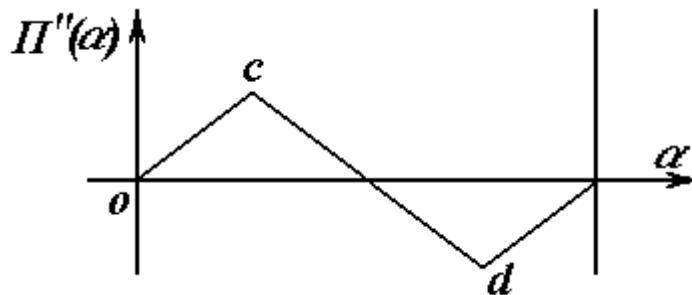


Рис. 6.14. Пример кинематической диаграммы кулачкового механизма с разрывами функции

Следует отметить, что теоретически различают еще и удары первого, второго и более высоких порядков, причиной которых теоретически являются разрывы графиков $\Pi'(\alpha), \Pi''(\alpha)$. Например, в точках c и d графика $\Pi''(\alpha)$ (рис. 6.14), нельзя провести касательные к кривой. Формально это означает разрыв кривой $\Pi''(\alpha)$ в отмеченных точках.

Практически же все кулачковые механизмы, в которых отсутствуют жесткие и мягкие удары, считаются безударными. В кулачковых механизмах, работающих с ударами, главную опасность представляют жесткие удары. Удары в кулачковых механизмах могут иметь место как на этапе удаления, так и на этапе приближения толкателя.

РАСЧЕТ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ

Вновь вернемся к углам давления g_i и рассмотрим их определение в произвольном положении кулачкового механизма. Считаем при этом известным положение оси O вращения кулачка.

Рассматривая кулачковый механизм ползунной схемы, т.к. именно в таких механизмах углы давления имеют значение наиболее существенное.

Положение кулачкового механизма на рис. 6.15, а - текущее на этапе удаления толкателя.

Проведем нормаль n-n к профилю кулачка в точке В. Отложим на нормали радиус R_i кривизны профиля кулачка в упомянутой точке. Тогда точка А - центр кривизны профиля кулачка в точке В. Соединим прямой ОА центр вращения О кулачка и центр кривизны А.

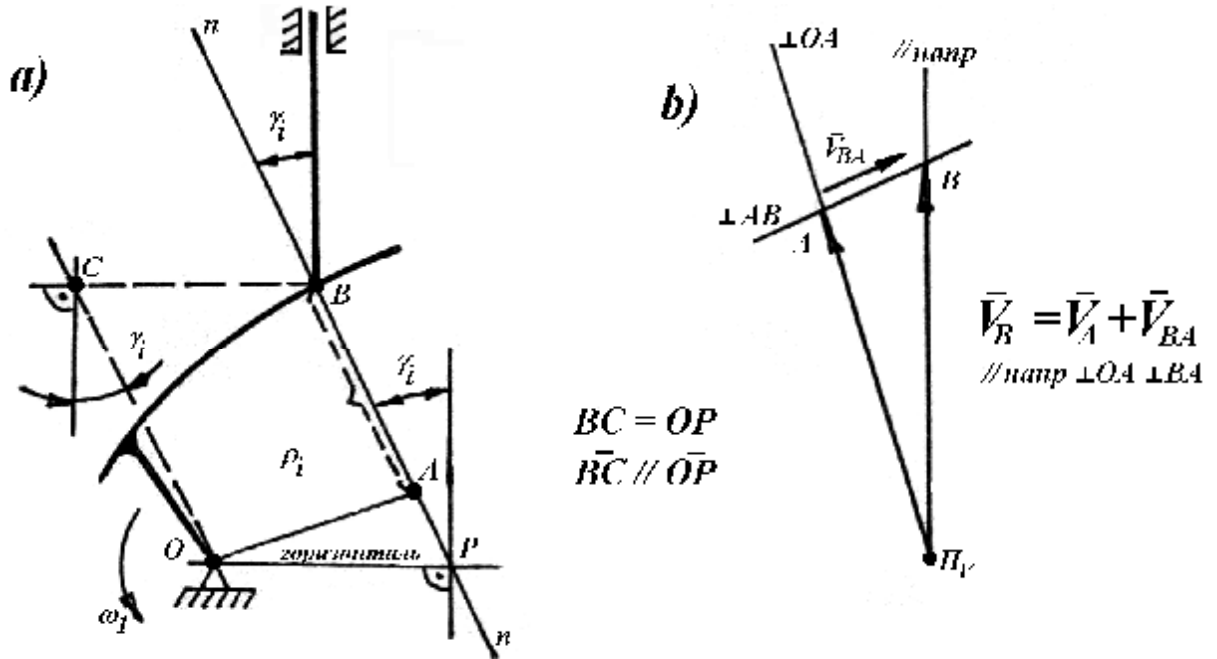


Рис. 6.15. Определение углов давления кулачкового механизма:
а) схема механизма; б) план скоростей

Определим скорость \vec{V}_B точки В толкателя. Составим векторное уравнение скорости точки В и построим план скоростей (векторное уравнение и план скоростей - на рис. 6.15,б).

Проведем из центра О вращения кулачка горизонтальную прямую ОР до пересечения в точке Р с нормалью n-n. В итоге на схеме кулачкового механизма оказывается построенным треугольник ОАР, подобный плану скоростей.

Из подобия упомянутых фигур следует:

$$\frac{OP}{OA} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_B}{w_1 \cdot OA},$$

т.к. $V_A = w_1 \cdot OA$, где w_1 — угловая скорость кулачка.

Сравнивая первое и третье отношения, можно написать:

$$OP = \frac{V_B}{w_1}.$$

Но $V_B = w_1 \cdot \Pi'(a)$ (соотношение (6.19)). С учетом значения скорости толкателя устанавливаем, что расстояние

$$OP = \Pi'(a), \quad (6.21)$$

где $\Pi'(a)$ – первая передаточная функция кулачкового механизма.

Далее, для определения значения текущего угла давления g_i , необходимо проделать следующее:

- составить функцию положения $\Pi(a)$ механизма (толкателя) по форме (6.3);
- найти первую передаточную функцию $\Pi'(a)$ по формуле (6.5);
- подставить в (6.5) текущее значение обобщенной координаты и определить текущее значение расстояния ОР по формуле (6.21);
- построить точку Р, проведя горизонтальную прямую ОР (рис. 6.15) в масштабе схемы кулачкового механизма,
- из точки Р построить две прямые - одну вертикальную, другую - через точку В.

Угол между построенными прямыми равен углу давления g_i в рассматриваемом положении кулачкового механизма.

То же значение угла давления g_i можно определить, если из точки В построить отрезок ВС (рис. 6.15, а), равный и параллельный отрезку ОР. Соединив прямой точку С с точкой О и проведя из точки С вертикальную прямую, найдем измерением угол g_i как угол между этими прямыми.

Чтобы установить наибольшие значения углов давления на этапах удаления (g_{\max}^y) и приближения (g_{\max}^n) толкателя, необходимо охватить проделанным построением все положения кулачкового механизма на этих этапах. Для этого, принимая значения обобщенной координаты a в пределах:

$$a_y \geq a \geq 0 - \text{на этапе удаления толкателя;}$$

$$a_n \geq a \geq 0 - \text{на этапе приближения толкателя,}$$

определяют попарно значения функции положения $\Pi(a)$ (формула (6.3)) и первой передаточной функции $\Pi'(a)$. Затем в координатных осях $\Pi(a)$ и $\Pi'(a)$ откладывают попарно найденные значения $\Pi(a)$ и $\Pi'(a)$. Через

концы отрезков $\overline{P'(a)} = \overline{OP}$ проводят, для этапов удаления и приближения толкателя, плавную кривую (рис. 6.16). После этого через ось O вращения проводят к построенной кривой две касательные.

Углы между этими касательными и вертикальными прямыми равны наибольшим углам давления g_{\max}^y и g_{\max}^n на этапах удаления и приближения толкателя соответственно.

Величина угла давления g_i может быть найдена аналитическим путем. Для этого используется зависимость:

$$\operatorname{tg} g_i = \frac{P'(a_i)me}{P(a_i)}, \quad (6.22)$$

где e — смещение толкателя (рис. 6.17),

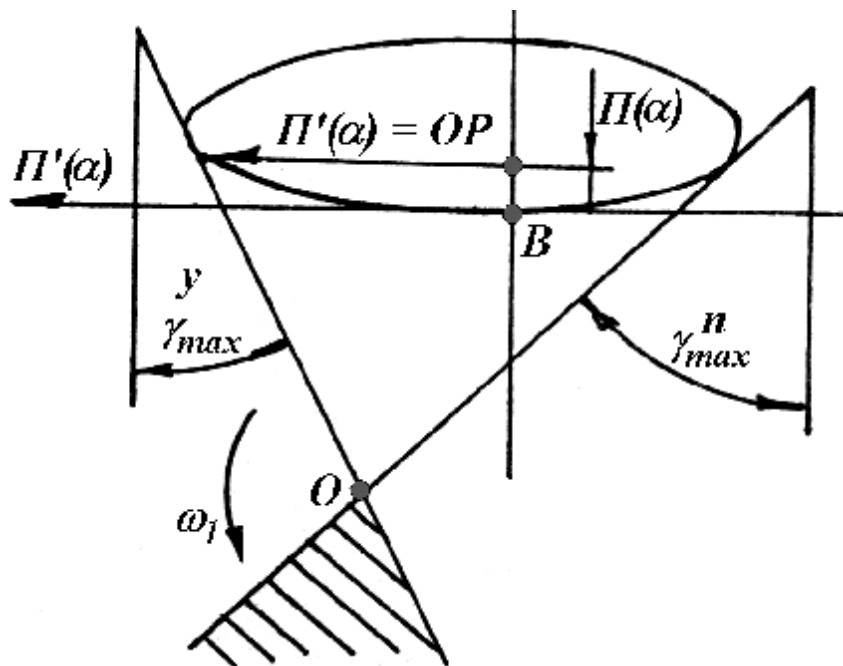


Рис. 6.16. Углы давления на этапах удаления и приближения

$P(a_o) = \sqrt{(r_{\min}^{meop})^2 - e^2}$ — функция положения кулачкового механизма в начальный момент времени;

$P(a_i) = P(a_o) + P(\Delta a)$ — функция положения кулачкового механизма при текущем значении обобщенной координаты a ;

$a_i = a_o + \Delta a$ — текущее значение обобщенной координаты.

В числителе зависимости (6.22) используется знак "минус", если схема кулачкового механизма соответствует схеме на рис. 6.17.

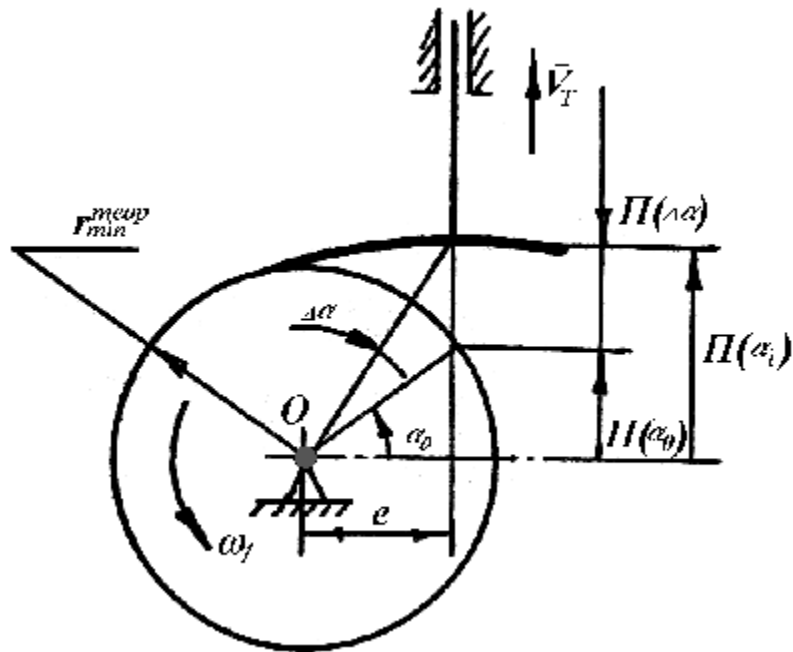


Рис. 6.17. Схема кулачкового механизма

6.3. Синтез схемы кулачкового механизма графическим методом

По своему назначению, как уже отмечалось, кулачковые механизмы подразделяются на функциональные и позиционные. Напомним, что назначение функциональных кулачковых механизмов - воспроизведение заданного закона движения выходного звена. Позиционные кулачковые механизмы предназначены для перевода выходного звена из одного крайнего положения в другое.

Основные задачи синтеза:

- перемещение толкателя по заданному закону $P(a)$;
- минимальные габариты кулачкового механизма;
- выдерживание условия $g_i \leq g_{\max}$ в каждой точке рабочего профиля кулачка.

Задача по синтезу схемы кулачкового механизма решается в два этапа.

Первый этап: исходя из условия ограничения углов давления g_{\max} , при удалении и приближении толкателя, определяют основные габаритные размеры кулачкового механизма.

Независимыми параметрами, подлежащими определению на первом этапе решения задачи, являются минимальный теоретический радиус $r_{\max}^{\text{теор}}$ кулачка, смещение e толкателя и положение оси O вращения кулачка (ползунная схема кулачкового механизма); минимальный радиус $r_{\max}^{\text{теор}}$ ку-

лачка, положение оси О вращения кулачка, расстояние между осями вращения толкателя и кулачка (коромысловая схема кулачкового механизма).

Примечание. Кулачковый механизм ползунной схемы может и не иметь смещения e толкателя. В этом случае кулачковый механизм называется центральным. Введение смещения e толкателя (рис. 6.1,а) позволяет при заданном угле давления g_{\max} получить кулачковый механизм минимально возможных габаритов. В кулачковом механизме ползунной схемы $e = \text{const}$.

Второй этап: методом обращения движения кулачкового механизма производится построение профилей кулачка, обеспечивающих удаление и приближение толкателя по заданному закону.

Исходными величинами при синтезе схемы кулачкового механизма являются:

- 1) циклограмма работы кулачкового механизма, устанавливающая, как уже отмечалось, взаимосвязь фазовых углов кулачка с перемещениями толкателя;
- 2) величина перемещения толкателя (его ход);
- 3) законы движения толкателя на этапах удаления и приближения;
- 4) наибольшие углы давления на этапах удаления и приближения;
- 5) радиус ролика толкателя.

РЕШЕНИЕ ПЕРВОГО ЭТАПА СИНТЕЗА СХЕМЫ

Пусть кинематика кулачкового механизма ползунной схемы представлена кинематическими диаграммами, показанными на рис. 6.11.

Прежде всего определим наибольшие значения аналогов $\Pi'(a)$ скорости толкателя на этапах удаления и приближения и соответствующие аналогам скорости значения функции положения $\Pi(a)$, т.е. определим попарно:

$$\begin{aligned} & \Pi'_{\max}(a_y); \quad \Pi'_{\max}(a_n), \\ & \Pi(a_y); \quad \Pi(a_n). \end{aligned} \tag{6.23}$$

Индексы "y" и "n" при a обозначают только то, что эти углы берутся на этапах удаления и приближения толкателя, но численно не равны соответствующим фазовым углам кулачка.

Аналоги $\Pi'(a)$ скорости толкателя принимают в данном случае наибольшие значения в середине отрезков, изображающих фазовые углы a_y и

a_n (рис. 6.11), т.е. при $a_{iy} = a_y / 2, a_{in} = a_n / 2$. Величина $\Pi'(a)$ и $\Pi(a)$ при этих значениях углов a :

$$\begin{aligned} \Pi'_{\max}(a) &= m_{\Pi'(a_y)} \left| \Pi'(\bar{a}_y / 2) \right|, \\ \Pi(a) &= m_{\Pi(a_y)} \left| \Pi(\bar{a}_y / 2) \right|, \text{ - удаление толкателя,} \\ \Pi'_{\max}(a) &= m_{\Pi'(a_n)} \left| \Pi'(\bar{a}_n / 2) \right|, \\ \Pi(a) &= m_{\Pi(a_n)} \left| \Pi(\bar{a}_n / 2) \right|, \text{ - приближение толкателя.} \end{aligned} \quad (6.24)$$

Сомножители в правой части, ограниченные прямыми по бокам и сверху - размеры отрезков, снимаемые с графиков измерением.

Затем выбирают координатные оси $\Pi(a)$ и $\Pi'(a)$ (рис. 6.18). При заданном направлении вращения кулачка (против часовой стрелки) левый верхний квадрант соответствует этапу удаления толкателя, правый - приближению толкателя. Назначают масштабные коэффициенты осей, выдерживая при этом условие:

$$m_{\Pi(a)} = m_{\Pi'(a)} \quad (6.25)$$

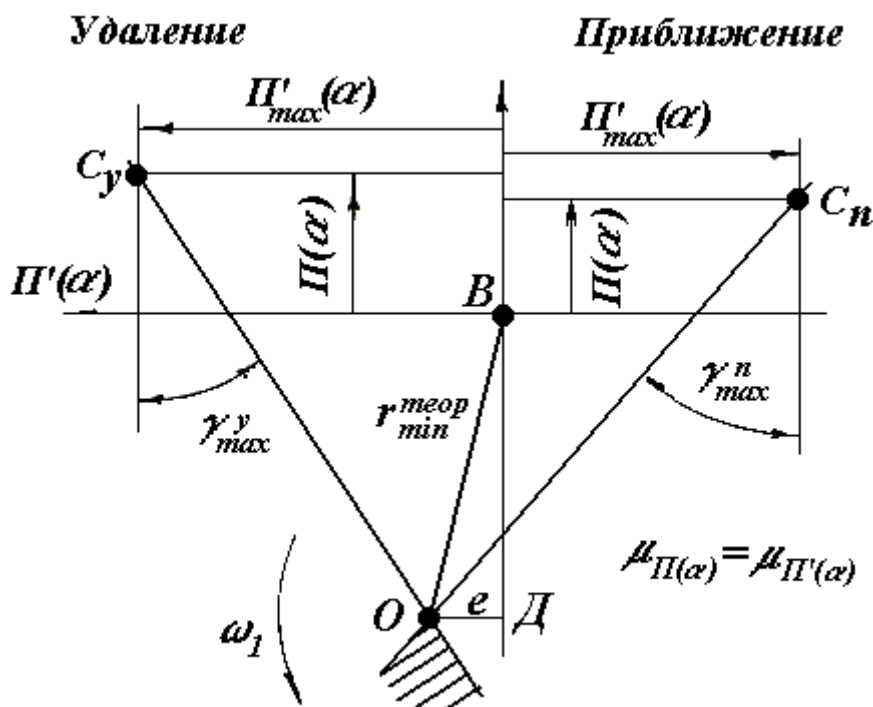


Рис. 6.18. Определение минимальных размеров кулачкового механизма ползунной схемы

Найденные величины $P'_{\max}(a_y), P(a_y), P'_{\max}(a_n), P(a_n)$ переводят в отрезки в выбранном масштабе и откладывают в построенных координатных осях $P(a), P'(a)$. Точки на концах отрезков $P'_{\max}(a_y)$ и $P'_{\max}(a_n)$ обозначим C_y и C_n . Через эти точки проведем прямые под углами g_{\max}^y и g_{\max}^n к вертикальной прямой.

Точка О пересечения прямых определяет ось вращения кулачка.

Минимальный теоретический радиус кулачка:

$$r_{\min}^{теор} = m_{P(\Phi)} |\overline{OB}|, \quad (6.26)$$

смещение толкателя :

$$e = m_{P(\Phi)} |\overline{OD}|. \quad (6.27)$$

где $|\overline{OB}|, |\overline{OD}|$ — длина отрезков, снимаемая с построений.

Положение оси О вращения кулачка при необходимости можно назначать в любой точке заштрихованной области. При этом, однако, возрастут габариты кулачкового механизма.

РЕШЕНИЕ ВТОРОГО ЭТАПА СИНТЕЗА СХЕМЫ

При построении профилей кулачка выбирают из стандартного ряда машиностроительный масштаб. Назначают положение оси О вращения кулачка. Строят в выбранном масштабе радиус $r_{\min}^{теор}$ и смещение e (в начальном, нулевом положении толкателя, рис.6.19). Из центра О вращения кулачка проводят окружность радиуса $r_{\min}^{теор}$, по которой откладывают дуги, стягивающие фазовые углы кулачка - $a_y, a_{\partial}, a_n, a_{\delta}$. Дуги, стягивающие фазовые углы a_y, a_n кулачка разбивают на принятое число частей, которые нумеруют (в примере упомянутые дуги разбиты на 4 равных участка, которые пронумерованы от 0 до 4). Через точки деления проводят касательные к окружности радиуса e (назовем эту окружность базовой). Касательные к базовой окружности есть не что иное, как последовательные положения толкателя при обращении движения кулачкового механизма.

Строится график функции положения $P(a)$ толкателя, но уже в масштабе (по оси ординат), который принят для схемы кулачкового механизма.

График $P(a)$ располагают относительно схемы механизма так, как показано на рис.6.19. Ось a графика в примере делится на 4 равных участка

(по числу делений фазовых углов α_y, α_n кулачка). Построенный график используется для профилирования кулачка как на этапе удаления, так и на этапе приближения толкателя (по направлению стрелок α_y и α_n).

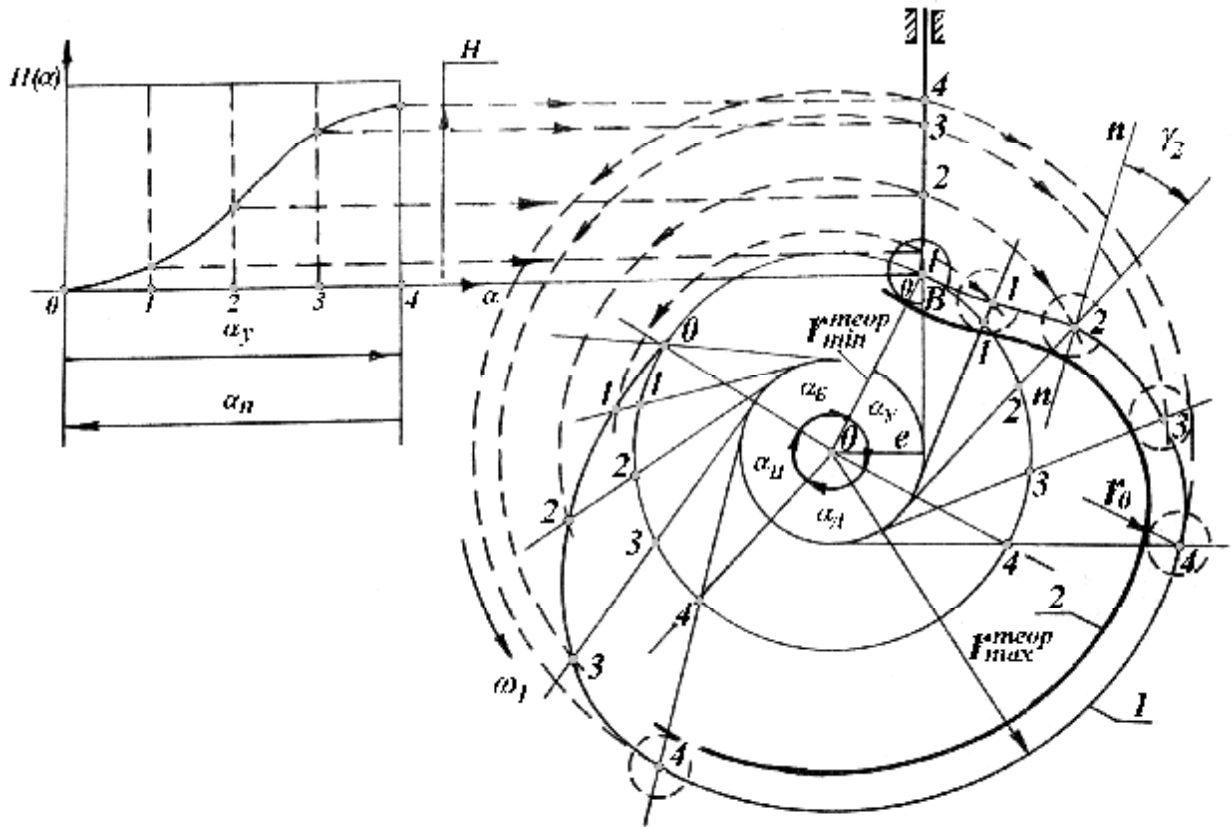


Рис. 6.19. Построение профиля кулачка ползунной схемы механизма

Ординаты графика $H(\alpha)$ проектируются на линию движения толкателя в начальном, нулевом положении и нумеруются. Затем из точки О оси вращения кулачка как из центра эти ординаты с помощью циркуля переносятся на соответствующие (с тем же номером) касательные к базовой окружности радиуса e . Через точки, полученные на касательных, проводится плавная кривая - **теоретический профиль кулачка**.

Для построения **действительного профиля кулачка** необходимо из точек теоретического профиля на касательных к окружности e как из центров построить окружности радиуса r_0 (радиус ролика). Огибающая этих окружностей и есть действительный профиль кулачка.

На этапах дальнего и ближнего стояния толкателя радиусы действительного профиля кулачка равны:

$$r_{\max} = r_{\max}^{\text{теор}} - r_0; r_{\min} = r_{\min}^{\text{теор}} - r_0, \quad (6.28)$$

где r_0 - радиус ролика и толкателя.

Для изготовления кулачка строится и заполняется таблица радиусов действительного профиля. При заполнении таблицы радиусы снимаются со схемы механизма измерением и переводятся в натуральную величину.

Примечание. На рис. 6.19 построение практического профиля кулачка показано только на этапе удаления толкателя.

При синтезе кулачкового механизма *коромысловой схемы* к приведенным выше исходным данным для синтеза кулачкового механизма ползунной схемы добавляются: длина толкателя l , угол размаха толкателя j_{\max} .

При решении первого этапа синтеза кулачкового механизма коромысловой схемы дополнительным параметром, подлежащим определению, является расстояние между осями вращения толкателя и кулачка (расстояние ОС на рис. 6.20).

Процесс решения первого этапа синтеза кулачкового механизма коромысловой схемы практически повторяет аналогичный процесс при синтезе кулачкового механизма ползунной схемы. Дополнением к нему (процессу) является только построение самого толкателя (коромысла) ВС в масштабе схемы так, как это показано на рис. 6.20.

Решение второго этапа синтеза кулачкового механизма коромысловой схемы начинают с назначения положения оси О вращения кулачка (рис. 6.21).

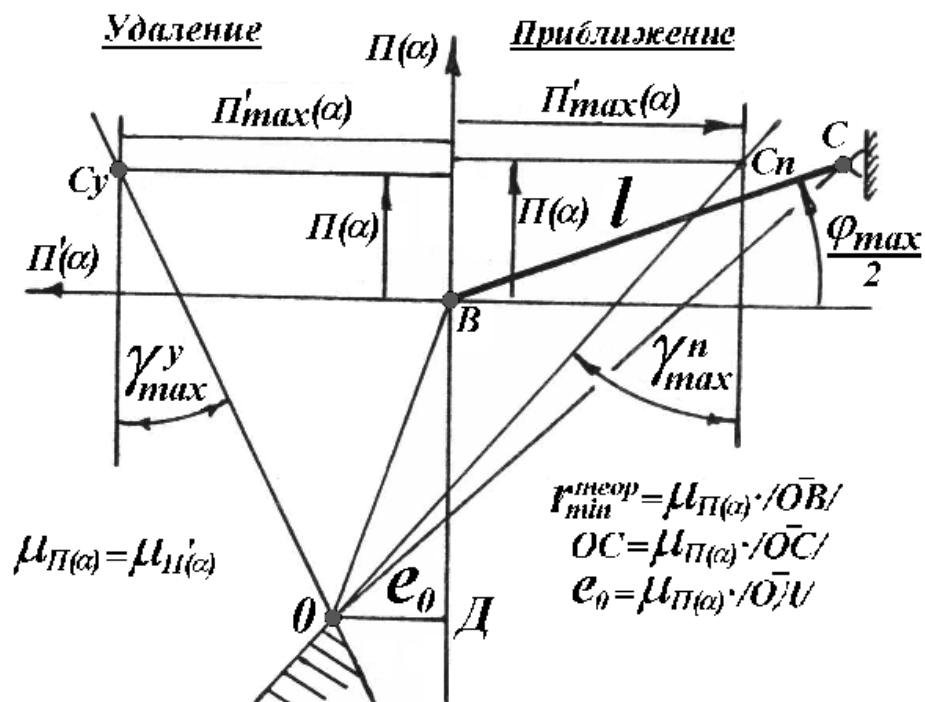


Рис. 6.20. Определение минимальных размеров кулачкового механизма коромысловой схемы

Из точки О как из центра строят окружности, радиусы которых: $r_{\min}^{\text{теор}}$, OC, e_0 (смещение толкателя $e \neq \text{const}$ в коромысловой схеме кулачкового

Ось a графика $P(a)$ разбивается на равные части, количество которых равно числу участков на дугах окружности радиуса ОС, стягивающих фазовые углы a_y и a_n (в примере это число равно 4). Построенный график $P(a)$ используется при профилировании кулачка на этапе удаления (в направлении стрелки a_y) и этапе приближения (в направлении стрелки a_n) толкателя.

Радиусом, равным длине l толкателя, из точки C_0 как из центра строится траектория движения точки В - центра ролика толкателя (указанная траектория обозначена на рис. 6.21 цифрой "3").

Ординаты графика $P(a)$ проектируются на эту траекторию и нумеруются (в примере от 0 до 4). Далее, из точки О вращения кулачка как из центра строятся дуги окружностей радиусов 0-В,...0-4: по часовой стрелке - для этапа удаления толкателя, против часовой стрелки - для этапа его приближения. Затем, раствором циркуля, равным длине l толкателя (в масштабе схемы механизма), из центров C_1, \dots, C_4 , построенных в пределах фазовых углов a_y и a_n кулачка, делаются засечки на ранее построенных дугах окружностей, имеющих одинаковый с центрами C_1, \dots, C_4 номер (положения толкателя при обращении движения кулачкового механизма изображены на рис. 6.21 пунктирными линиями). Через точки пересечения (засечки), пронумерованные цифрами 0,...,4, проводится плавная кривая – **теоретический профиль кулачка** на этапах удаления и приближения толкателя.

Действительный профиль кулачка строится как огибающая окружностей радиуса r_0 ролика, построенных из точек теоретического профиля (на рис. 6.21 практический профиль кулачка построен на этапах дальнего и ближнего стояния и приближения толкателя – чтобы не затемнять чертеж).

Радиусы действительных профилей кулачка на этапах дальнего и ближнего стояния толкателя:

$$r_{\max} = r_{\max}^{теор} - r_0; r_{\min} = r_{\min}^{теор} - r_0. \quad (6.29)$$

Примечание. 1. Следует отметить, что на рисунках 6.18 и 6.20, на которых схематично изображено графическое решение задачи по определению габаритов кулачкового механизма ползунной и коромысловой схемы, использован упрощенный прием. Точный прием решения задачи требует построения кривых $P[P'(a)]$ в пределах изменения углов a : на

этапе удаления в пределах $0 \leq a \leq a_y$, на этапе приближения - в пределах $0 \leq a \leq a_n$. В итоге точного решения ось вращения кулачка расположится в точке О (рис. 6.22), в итоге приближенного решения - в точке О'.

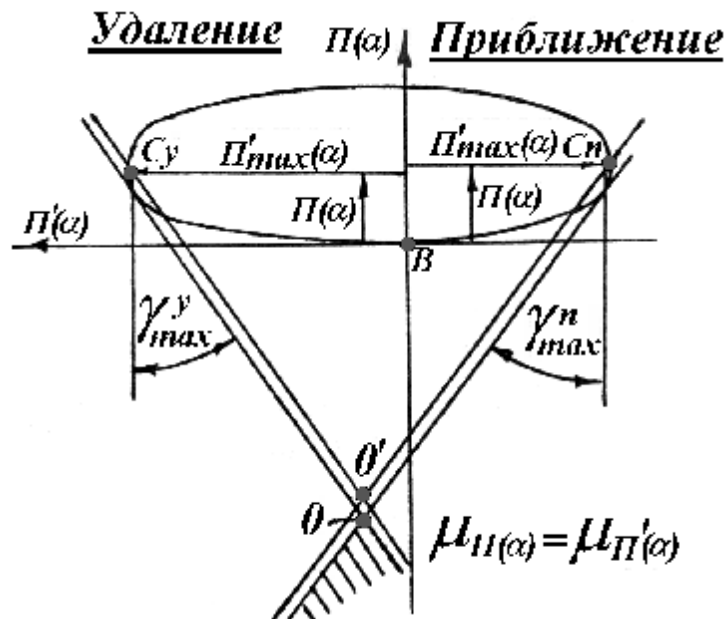


Рис. 6.22. Точный метод определения положения оси вращения кулачка

Очевидно, что при решении первого этапа синтеза схемы кулачкового механизма приближенным способом заданные углы давления g_{\max}^y, g_{\max}^n следует уменьшать до $5 \dots 7^\circ$.

2. При построении профилей кулачкового механизма фазовые углы a_y и a_n кулачка, соответствующие этапам удаления и приближения толкателя, разбиваются на равные интервалы Δa . На соответствующее число равных участков разбиваются дуги окружностей кулачка, стягивающие указанные фазовые углы.

Распространено мнение, что чем меньше интервал Δa , тем чище и точнее должна получиться рабочая поверхность кулачка при его изготовлении и, следовательно, более плавной должна быть работа кулачкового механизма.

Однако практикой установлено, что существует оптимальный для каждого случая угловой интервал разметки профиля и что отступление от него в ту или иную сторону ведет к ухудшению динамических показателей кулачкового механизма. Для определения интервала Δa получена зависимость:

$$\Delta a^o = 12n \sqrt{\frac{[b]}{a_{\partial 1}}}, \quad (6.30)$$

где n_1 — частота вращения кулачка, об/мин,

$[b]$ — допуск по радиус-вектору на неточность изготовления профиля кулачка, мм,

a_∂ — дополнительное ускорение толкателя, мм/с², принимается равным половине его максимального ускорения.

Фактически из-за упругости звеньев дополнительное ускорение примет значение

$$a_\partial < a_T^{\max} / 2.$$

Зависимость (6.30) учитывает конкретные условия производства (допуск $[b]$), скорость механизма и принятое максимальное ускорение ведомого звена. Кулачок, спроектированный и изготовленный с учетом изложенного способа разметки, более долговечен, т.к. здесь накладывается определенное ограничение на силы инерции, действующие в механизме. Кроме того, устраняется излишне густая разметка профиля, в связи с чем кулачок получается более экономичным при проектировании и изготовлении.

Число участков, на которые разбиваются окружности радиусов $r_{\min}^{\text{теор}}$ (ползунная схема) и ОС (коромысловая схема) при профилировании кулачка, равны: $a_y / \Delta a; a_n / \Delta a$.

ГЛАВНЫЕ ФАКТОРЫ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

Главными факторами, оказывающими влияние на размеры кулачкового механизма, являются: угол давления, кривизна профиля и размеры ступицы кулачка.

Угол давления g_i , как уже отмечалось, определяет величину бокового давления T на толкатель и, следовательно, - износ направляющих толкателя. Повышенное боковое давление имеет место только при удалении толкателя, когда действие полезной нагрузки направлено против движения толкателя. В кулачковых механизмах ползунной схемы с роликовым толкателем угол давления на этапе удаления толкателя ограничивают по величине.

Для плоских толкателей (рис. 6.23) угол давления g_i обычно равен нулю. Поэтому при проектировании кулачкового механизма он во внимание не принимается.

Кривизна может оказаться слишком большой (при малых r_i), в связи с чем роликовый толкатель не сможет двигаться по расчетной теоретической кривой профиля. Кроме того, контактные напряжения на поверхности кулачка в точках соприкосновения с роликом толкателя окажутся недопустимо большими.

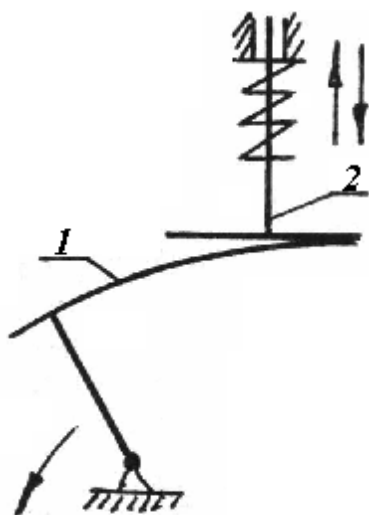


Рис. 6.23. Схема кулачкового механизма с плоским толкателем

В кулачковых механизмах с качающимся толкателем (коромысловая схема) боковое давление на толкатель не вызывает опасности заклинивания кулачкового механизма.

Кривизна (К) профиля кулачка или иначе форма кривой профиля в каждой ее точке характеризуется радиусом кривизны r_i профиля.

Тогда кривизна профиля $K_i = \frac{1}{r_i}$.

Ступица кулачка, а точнее – ее размеры в радиальном направлении (рис. 6.24), должны соответствовать размеру вала, на который будет установлен кулачок.

Определение размеров кулачкового вала и шпонки является первым шагом при проектировании кулачкового механизма. Руководствуются при этом допускаемыми напряжениями и деформациями. Диаметр ступицы можно найти по соотношению:

$$d_{cm} = d_K + \frac{3}{4}d_K = 1,75d_K, \quad (6.31)$$

где d_K – диаметр кулачкового вала.

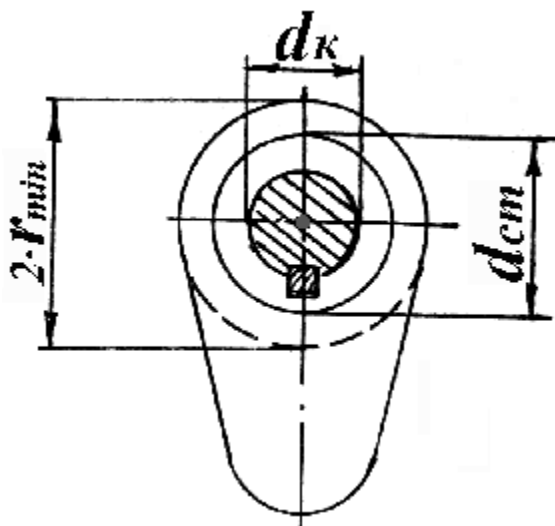


Рис. 6.24. Размеры ступицы кулачка

Шпоночный паз выполняют в наиболее массивной части кулачка. Расположение паза служит также ориентиром относительного положения кулачка при сборке кулачкового механизма.

Минимальный теоретический радиус кулачка $r_{min}^{теор}$ (другое название - радиус начальной шайбы) принимают на 2....5 мм больше радиуса ступицы.

Чтобы обеспечить движение ведомого звена (толкателя) по заданному закону $P(a)$ радиус r_0 ролика толкателя не должен превышать значения радиуса кривизны R_i в любой точке теоретического профиля кулачка.

Для обеспечения надежной работы кулачкового механизма обычно принимают:

$$r_0 < (0,4 \dots 0,5) r_{\min}^{\text{теор}} \quad (6.32)$$

6.4. Силовой анализ кулачкового механизма

Силовой анализ имеет целью выявление сил, которые действуют на отдельные звенья при движении кулачкового механизма. Сведения о действующих силах необходимы прежде всего для определения размеров звеньев, выбора материалов, подбора пружин и подшипников, расчета потребляемой мощности и выбора приводного двигателя.

Между звеньями кулачкового механизма действуют силы: статическая, инерционная, усилие пружины, силы трения и др.

Статическая сила определяется внешней нагрузкой на кулачок. Прикладывается она постепенно. Это основная сила из действующих в тихоходных кулачковых механизмах сил.

Инерционные силы подразделяются на силы, связанные с ускорением толкателя, и силы, вызывающие вибрации.

Считают, что единственным фактором, от которого зависят динамические нагрузки при работе кулачкового механизма на высоких скоростях, является ускорение. В действительности же имеются и некоторые другие причины. Установлено, что форма и непрерывность кривой ускорения (или аналога ускорения) толкателя существенно влияют на плавность работы кулачкового механизма.

Обычно при конструировании кулачков предполагают, что сам кулачок и его приводной механизм имеют абсолютную жесткость. На самом же деле в реальном кулачковом механизме движение толкателя не совпадает с движением в точном соответствии с формой профиля кулачка вследствие упругой податливости и инерции кулачка и звеньев приводного механизма.

Все механические системы являются в той или иной мере нежесткими. Это обстоятельство обязательно должно приниматься во внимание, если при работе системы имеют место:

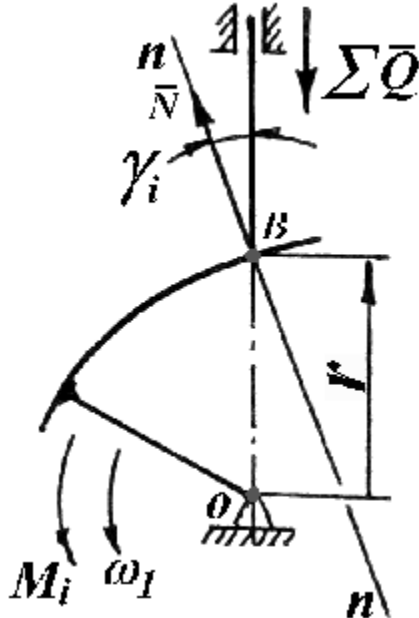
- высокая точность;
- малая жесткость;
- большие инерционные массы;
- резонанс.

Силы трения в кулачковом механизме препятствуют относительному движению соприкасающихся звеньев. Трение можно учитывать как в состоя-

нии покоя, так и при движении. Наиболее точный способ учета трения - эксперимент на модели.

Крутящий момент на валу кулачка - существенный силовой фактор кулачкового механизма. По его величине определяются нагрузки кулачкового вала, мощность и размеры привода для приведения в движение толкателя. Крутящий момент на валу кулачка - величина переменная.

Найдем величину крутящего момента на валу кулачка в кулачковом механизме ползунной схемы, рис. 6.25.



Обозначим: ΣQ — суммарная нагрузка на кулачок, g_i — текущий угол давления, N — нормальное давление на поверхности кулачка, r — расстояние до точки теоретического профиля кулачка, находящейся в контакте с толкателем.

Исходя из условия равновесия кулачкового механизма, запишем:

$$\Sigma Q = N \cos g_i.$$

Значение крутящего момента:

$$M_i = N \sin g_i r.$$

Рис. 6.25. Кулачковый механизм ползунной схемы

Из первого соотношения выразим N и подставим во второе:

$$M_i = \Sigma Q r t g g_i.$$

Из плана скоростей, построенного в точке В кулачкового механизма, следует:

$$t g g_i = \frac{V_T}{V_K} = \frac{V_T}{\omega_1 r},$$

где V_T, V_K — линейные скорости толкателя и кулачка соответственно в контактной точке В.

Заменяя в выражении момента $t g g_i$ его значением из последнего, найдем:

$$M_i = \Sigma Q \frac{V_T}{\omega_1}. \quad (6.33)$$

Из выражения (6.33) следует, что крутящий момент пропорционален полной нагрузке на кулачок, скорости толкателя и явно не зависит от угла давления.

Таким образом, кулачковые механизмы с вращающимися кулачками имеют переменный на протяжении цикла работы кулачка крутящий момент.

Крутящий момент на валу приводного двигателя должен быть не меньше наибольшего значения момента M_i (за вычетом момента от инерционного эффекта ротора электродвигателя).

При высоких скоростях работы кулачкового механизма основной составляющей в величине полной нагрузки ΣQ является инерционная нагрузка.

ЗАМЕНА КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА РЫЧАЖНЫМ

Как уже было отмечено, в кулачковом механизме кулачок и толкатель образуют высшую кинематическую пару (соприкосновение кулачка и толкателя по линии или в точке).

При кинематическом и силовом анализе кулачкового механизма иногда бывает целесообразным заменять высшую пару низшей (соприкосновение звеньев пары по поверхностям). При такой замене преобразуется и сам кулачковый механизм. Этот преобразованный механизм называется *заменяющим механизмом*.

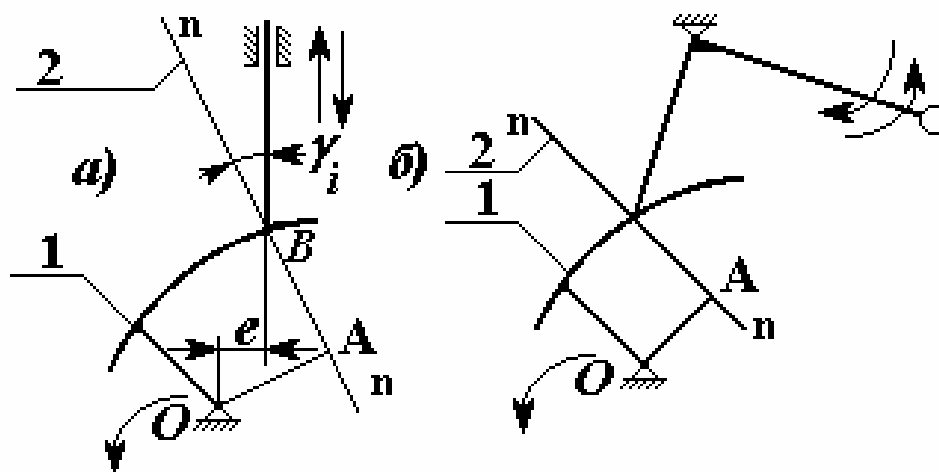


Рис. 6.26. Построение заменяющего механизма: а) для ползунной схемы кулачкового механизма; б) для коромысловой схемы кулачкового механизма

Цифрами на рис. 6.26 обозначены: 1- теоретический профиль кулачка, 2- нормаль к профилю в точке В.

Кулачковый механизм ползунной схемы заменяется кривошипно-ползунным ОАВ (рис. 6.26, а), центральным или внецентренным. Длина шатуна $AB = r$, где r — радиус кривизны профиля кулачка в точке В касания толкателя с кулачком. Длина кривошипа ОА равна отрезку, построенному из центра вращения О кулачка в точку А (А - центр кривизны профиля кулачка в точке В).

Кулачковый механизм коромысловой схемы заменяется кривошипно-коромысловым ОАВС, (рис. 6.26, б).

Заменяющий механизм является рычажным (с низшими парами) механизмом соответствующего класса и порядка. К нему применимы способы кинематического и силового анализа, разработанные для рычажных механизмов того же класса и порядка.

В общем случае профиль кулачка имеет переменную кривизну. Переменной поэтому будет и длина шатуна $AB = r$ заменяющего механизма. Отсюда следует, что в общем случае каждому положению кулачкового механизма будет соответствовать заменяющий механизм со своими размерами звеньев.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Артоболевский И.И. Структура, кинематика и кинетостатика многозвенных плоских механизмов. - М-Л.: ГОНТИ НКТП СССР, 1939.
- Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - М-Л.: ГИТТЛ, 1952.
- Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. - М.: Машиностроение, 1967.
- Волошенко Ф.П. Маховики двигателей внутреннего сгорания. - Киев.: Машгиз, 1955.
- Грум-Гржимайло С.В. Расчет и основы конструирования элементов приводов. - М.: Машгиз, 1958.
- Добровольский В.В. Теория механизмов. - М.: Машгиз, 1946.
- Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. - М.: Физматгиз, 1960.
- Зиновьев В.А., Бессонов А.П. Основы динамики агрегатов. - М.: Машиностроение, 1964.
- Кетов Х.Ф., Колчин Н.И. Теория механизмов и машин. Структура, классификация, кинематика и динамика механизмов. - М-Л.: ГНТИМЛ НКТП СССР, 1939.
- Кочегаров Б.Е. Проектирование планетарных механизмов. - Владивосток.: Изд-во ДВГТУ, 2001.
- Кочегаров Б.Е., Горчаков Ю.Н. Проектирование механизмов двигателя внутреннего сгорания. – Владивосток. : Изд-во ДВГТУ, 2000.
- Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. - М.: Машиностроение, 1981.
- Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1979.
- Лоцманенко В.В. Теория механизмов и машин. Часть 1. - Владивосток.: ДВПИ, 1992.
- Лоцманенко В.В. Теория механизмов и машин. Часть 2,3. - Владивосток.: ДВПИ, 1994.
- Мальшев А.П. Кинематика механизмов. - М.: ГИЛП, 1933.
- Муха Т.И. и др. Приводы машин. Справочник. - Л.: Машиностроение, 1975.
- Озол О.Г. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1984.
- Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова.- М.: Высшая шк., 1987.

Редактор В.В. Сизова
Техн. редактор Н.М. Белохонова
Компьютерный набор и верстка Б.Е.Кочегаров
Лицензия №020466 от 04.03.97 г.
Подписано в печать . Формат 60х84/16
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л .
Тираж 100 экз. Заказ

Издательство ДВГТУ, 690950, Владивосток, Пушкинская, 10
Типография издательства ДВГТУ, 690950, Владивосток, Пушкинская, 10